



# [VERS LES GRAPHIQUES]

FAIRE DU LIEN ENTRE LES MATHS ET LES SCIENCES  
AU CYCLE 3

## SOMMAIRE

SOMMAIRE .....	1
CRÉDITS.....	2
PREAMBULE.....	3
MISE EN ŒUVRE DU SUJET D’ETUDE.....	4
MATÉRIEL NÉCESSAIRE .....	6
PROGRESSION DU MODULE - CYCLE 3 .....	7
SEANCE 0-1 : INTRODUCTION.....	9
Questionnaire et Réponses attendues avec codification .....	12
SEANCE 0-2 : PREMIERS TRACES, QUELLES DIFFICULTES ?.....	13
I.    LES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE.....	15
SEANCE 1-1 : CONSTRUIRE DES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE .....	15
SEANCE 1-2 : COMMENT LIRE UN TABLEAU A DOUBLE ENTREE ?.....	17
SEANCE 1-3 : LIRE ET INTERPRETER DES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE .....	20
II.   LES DROITES GRADUEES .....	22
SEANCE 2-1 : INTRODUCTION AUX DROITES GRADUEES .....	22
SEANCE 2-2 : DROITES GRADUEES ET INTERVALLES.....	24
SEANCE 2-3 : GRADUATIONS ET SUITES DE NOMBRES .....	27
SEANCE 2-4 : CHOIX DES GRADUATIONS ET DE L’ORIGINE .....	30
III.  LES GRAPHIQUES .....	34
SEANCE 3-1 : CONSTRUIRE UN GRAPHIQUE.....	34
SEANCES 3-2 : LIRE ET INTERPRETER UN GRAPHIQUE.....	40
SEANCES 3-3 : COMPARER DES COURBES POUR LES INTERPRETER.....	43
SEANCE 3-4 : MODELISER UNE EPIDEMIE.....	47

## CRÉDITS

- le travail réalisé par l’IREM des pays de la Loire sur l’Organisation et la gestion de données à l’école primaire en juin 2014.  
<http://numerisation.univ-irem.fr/NA/INA14001/INA14001.pdf>  
*Le groupe de travail était composé de : Evelyne Balmette : Professeur des écoles ; Chantal Beillard : Professeur des écoles ; Yoann Bluteau : Maître formateur ; Mickael Chauvin : Maître formateur ; Paul Delhumeau : Professeur de Mathématiques ESPE Angers ; Bérengère Dupré : Maître formatrice ; Eric Franc : Professeur des écoles ; Annabelle Fremont : Professeur des écoles ; Elise Gaudens : Professeur des écoles ; Christian Gruget : Conseiller pédagogique ; Jacques Lainé : Conseiller pédagogique ; Véronique Perrin : Conseillère pédagogique*
- une proposition : [http://www.ac-grenoble.fr/ien.g2/IMG/pdf/Sequance\\_tableaux\\_et\\_graphiques.pdf](http://www.ac-grenoble.fr/ien.g2/IMG/pdf/Sequance_tableaux_et_graphiques.pdf) ?
- La séquence sur les fils numériques d’ERMEL  
*Ermel, Apprentissage numérique et résolution de problèmes CM1, Hatier*  
*Ermel, Apprentissage numérique et résolution de problèmes CM2, Hatier*
- Une proposition de mathésciences31 :  
[http://pedagogie.actoulouse.fr/sciences31/IMG/pdf/renforcer\\_la\\_comprehension\\_de\\_la\\_suite\\_algorithmique\\_des\\_nombres.pdf](http://pedagogie.actoulouse.fr/sciences31/IMG/pdf/renforcer_la_comprehension_de_la_suite_algorithmique_des_nombres.pdf)?
- Outil géogebra pour créer des droites graduées : <https://www.geogebra.org/m/yG4N8cVd>
- *Modélisation d’une épidémie (dernière séance)* Centre pilote de Gardanne, Académie des Bouches du Rhône

## Remerciements à :

Nathalie PASQUET, Fondation la main à la pâte  
Cédric Nabor, Rachel Brunet et Emmanuelle Laporte, enseignants de l’école Charpak de Nogent sur Oise  
Jérôme Serwiniak, stagiaire polytechnicien

## Réalisation :

Virginie VITSE et Emilie RAMA

## Coordination :

Virginie VITSE et Emilie RAMA

## PREAMBULE

Ce guide pédagogique a pour objectif d'aider les enseignants à installer les prérequis nécessaires chez les élèves de cycle 3 pour l'étude des graphiques dans les modules de la fondation La Main à la pâte.

Les élèves seront amenés à construire, lire et interpréter des tableaux et des graphiques. Étudier les graduations leur permettra de comprendre plus aisément le sens de lecture des graphiques.

Ce projet s'inscrit dans les 21 mesures du plan Torossian-Villani et la note de service du 26 avril 2018 sur l'enseignement des mathématiques, en mettant en lumière la consolidation de la numération et les échanges entre les différentes disciplines. Ce projet est à mettre en lien avec un module scientifique que vous aurez choisi (ex : le climat, les volcans...) Il faut donc le contextualiser pour qu'il parle aux élèves et prenne du sens.

## MISE EN ŒUVRE DU SUJET D'ÉTUDE

### Planification

Ce sujet d'étude représente environ 12 séances.

Pour assurer une continuité dans la construction des connaissances et plutôt que d'étaler les séances dans le temps, nous préconisons un rythme soutenu de deux séances hebdomadaires.

### Le questionnaire d'introduction

Ce questionnaire est un test à programmer en préambule aux séquences. Il permet :

- d'introduire le sujet traité et de motiver les élèves,
- d'identifier ce que les élèves connaissent déjà ou croient connaître

### Le rôle du maître

L'objectif principal du maître est d'aider les élèves dans la construction d'une attitude scientifique et l'acquisition progressive d'une démarche : se poser des questions, émettre des hypothèses, faire des expériences, relever des données, discuter des résultats et des conclusions possibles. Le travail de groupe et les échanges constituent une base essentielle à la construction des connaissances des élèves. Il n'est pas nécessaire d'agir en expert scientifique pour diriger les séances ; faire acquérir cette démarche signifie plutôt :

- l'avoir acquise soi-même,
- se permettre et permettre aux élèves de tâtonner, voire de faire des erreurs et montrer comment elles peuvent être utiles,
- accepter de ne pas tout connaître et habituer les élèves à chercher une information auprès d'autres personnes, de livres, à reprendre des explorations,
- poser des questions et accepter de prendre en compte toutes les réponses,
- remettre en question ses propres représentations si nécessaire.

### Organisation des séances

Chaque séance est organisée sensiblement de la même manière :

#### Travail en groupe classe :

Rappeler le fil conducteur du sujet d'étude, les réponses déjà apportées, les questions en suspens, poser le problème du jour.

#### Travail en petits groupes :

On sépare la classe en 4 groupes. Les élèves cherchent et découvrent des solutions possibles au problème proposé. Ils discutent de leurs idées, confrontent leurs représentations à la réalité, essaient de se mettre d'accord.

Au cours de l'activité, le maître observe les élèves, facilite les échanges, relance le travail par le questionnement. Il permet à chaque groupe d'aller jusqu'au bout de ses investigations en gardant à l'esprit le sens de l'activité.

Lors du travail de groupe, le maître gardera en mémoire les réflexions des élèves susceptibles de construire et structurer la synthèse. En effet, nombreux sont les élèves, qui au moment du bilan, ont oublié comment ils en sont arrivés à leur conclusion et les arguments qu'ils avaient proposés pour convaincre.

### Synthèse collective :

Les comptes rendus de groupe et les discussions qui en résultent ont pour rôle d'aider les élèves à identifier les concepts scientifiques et les articuler entre eux. En tant qu'animateur du débat, le rôle du maître est de guider les élèves pour clarifier leurs idées, organiser leur pensée et comparer les différentes solutions, analyser et interpréter les résultats.

### L'évaluation

Il est important de distinguer trois domaines d'évaluation : celui de l'évolution des comportements sociaux inhérents au travail de groupe et aux échanges entre les élèves, celui de l'acquisition de la démarche mathématique et celui des connaissances.

### Au cours des séances :

La structure des séquences permet un travail approfondi de certaines compétences transversales et de compétences relevant de la maîtrise de la langue. On pourra observer leur évolution tout au long du travail : l'enfant s'inscrit-il dans l'activité ? Trouve-t-il sa place dans le groupe ? Produit-il un écrit ? Est-il capable de communiquer (qualité d'expression, prise de parole...) ?

Plus spécifiquement, le maître sera en mesure d'apprécier si les élèves tendent vers l'acquisition d'une véritable attitude mathématique.

### L'évaluation finale :

Elle permet d'évaluer de façon formelle, les connaissances mathématiques et méthodologiques et d'apprécier le niveau de développement de la démarche de chaque élève.

## MATÉRIEL NÉCESSAIRE

Pour une classe :

- une vingtaine de Fiches Elèves (FE)
- Tableaux et graphiques
- Jeu de cartes défi-nature
- Feuilles de groupe
- Grandes affiches
- Un cahier « mémoire »

## PROGRESSION DU MODULE - CYCLE 3

### Chercher

- prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc ;
- s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle ;

### Modéliser

- utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne ;

### Représenter

- utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, etc.

### Raisonner

- progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui ;
  - justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

### Calculer

- contrôler la vraisemblance de ses résultats ;

### Communiquer

- utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation ;
- expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

### Organisation et gestion de données

- Prélever des données numériques à partir de supports variés.
- Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques.
- Exploiter et communiquer des résultats de mesures.
- Lire ou construire des représentations de données :
  - tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ;
  - diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires ;
  - graphiques cartésiens.

Organiser des données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive, etc.) en vue de les traiter.

#### Séance 0-1 : Introduction

Recueil des représentations des élèves.

Évaluation initiale : Diagnostic des connaissances initiales et pré-requis des élèves.

#### Séance 0-2 : Premiers tracés, quelles difficultés ?

Lister les difficultés lors des premiers essais de tracés de courbes.

Planifier et expliciter le travail des semaines à venir.

#### Séquence 1 : LES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE

#### Séance 1-1 Construire des tableaux à double entrée

Organiser des données sous forme de tableau.

**Séance 1-2 : Comment lire un tableau à double entrée ?**

Comparer des tableaux et définir ce qu'est un tableau à double entrée.

Utiliser un vocabulaire précis et expliciter la procédure de lecture d'un tableau.

**Séance 1-3 : Lire et interpréter des tableaux à double entrée**

Prélever des données numériques à partir d'un tableau à double entrée.

Rechercher une information dans un tableau pour répondre à des questions

**Séquence 2 : LES DROITES GRADUEES****Séance 2-1 : Introduction aux droites graduées**

Utiliser la droite numérique pour représenter une suite de nombres.

Savoir situer les nombres par rapport aux multiples de 10, 100 et 1000.

**Séance 2-2 : Droites graduées et intervalles**

Placer des nombres sur une ligne et trouver la position d'un nombre sur une ligne.

Se repérer sur des intervalles.

**Séance 2-3 : Graduations et suites de nombres**

Placer précisément les mêmes nombres sur des graduations avec des écarts différents.

**Séance 2-4 : Choix des graduations et de l'origine**

Choisir une graduation et son origine pour placer correctement une suite de nombres.

**Séquence 3 : LES GRAPHIQUES****Séance 3-1: Construire un graphique**

Construire un graphique à partir d'un tableau de données simples.

**Séance 3-2: Lire et interpréter un graphique**

Lire et interpréter une courbe.

**Séance 3-3 : Construction et interprétation de différentes courbes**

Construire des courbes sur la pollution de l'air en fonction de l'heure de la journée sur 4 jours différents et comparer pour interpréter les résultats.

**Séance 3-4 : Modéliser une épidémie**

Permettre aux enfants de prendre conscience de l'importance et de la puissance des mathématiques : c'est sur le résultat de modèles mathématiques que repose une prise de décision aussi importante que le confinement de la population.

## SEANCE 0-1 : INTRODUCTION

### RESUME

Le thème maths/sciences est introduit. Les élèves disent tout ce qu'ils savent sur le lien entre les mathématiques et les sciences. Puis individuellement, ils essaient de tracer un premier graphique.

### OBJECTIFS

Recueillir les propos des élèves sur le lien qui existe entre les mathématiques et les sciences.  
Représentations des élèves à propos des graphiques.

### MATERIEL

Pour chaque élève :

- le questionnaire d'évaluation initiale FE1a et FE1b

Pour la classe :

- des affiches

### DÉROULEMENT

#### 1. Introduction du thème

« Cette année, nous allons travailler en sciences sur une thématique (exemple : le dérèglement climatique). Parallèlement nous étudierons les mathématiques qui vont nous servir dans le domaine des sciences. Nous allons mettre en évidence le lien qui existe entre les maths et les sciences.

Pour commencer, pourriez-vous lister tous les outils mathématiques qui pourraient nous servir à faire des sciences ? »

L'enseignant écrit toutes les propositions sur des affiches, sans chercher à les classer.

Questions guide : « A quel moment, sur quels documents voit-on des maths quand on fait des sciences ?

Comment sont rangés ces nombres ?

Exemples de réponses : *règle, équerre, compas, nombres, frise numérique, pourcentages, thermomètre, tableaux, graphiques...*

#### 2. Questionnaire d'évaluation initiale individuel (on donnera les documents pour les questions b et c uniquement quand la réponse à la question a sera rédigée et rendue à l'enseignant)

- Ecris tout ce que tu sais à propos des graphiques. (page blanche) (*A quoi ça ressemble ? A quoi ça sert ? Tu peux en dessiner un ...*)
- Trace sur le graphique la courbe montrant l'évolution de la température moyenne au cours du XXème siècle.
- Comment cette température a-t-elle évolué ?

#### 3. Collectivement, l'enseignant recueille toutes les propositions sur des affiches.

Exemples de réponses : *Un graphique ressemble à des escaliers qui montent et qui descendent, ça sert à se repérer, c'est un quadrillage où il y a des chiffres, des nombres, on trouve des graphiques à l'hôpital pour les battements du cœur, ça sert à voir si le compte bancaire augmente ou diminue, on les trouve dans les maths, les sciences...*

**4. Prolongement** : alimenter un affichage tout au long du projet

*Proposer aux élèves de découper des images de graphiques, de tableaux simples et complexes qu'ils peuvent être amenés à rencontrer*

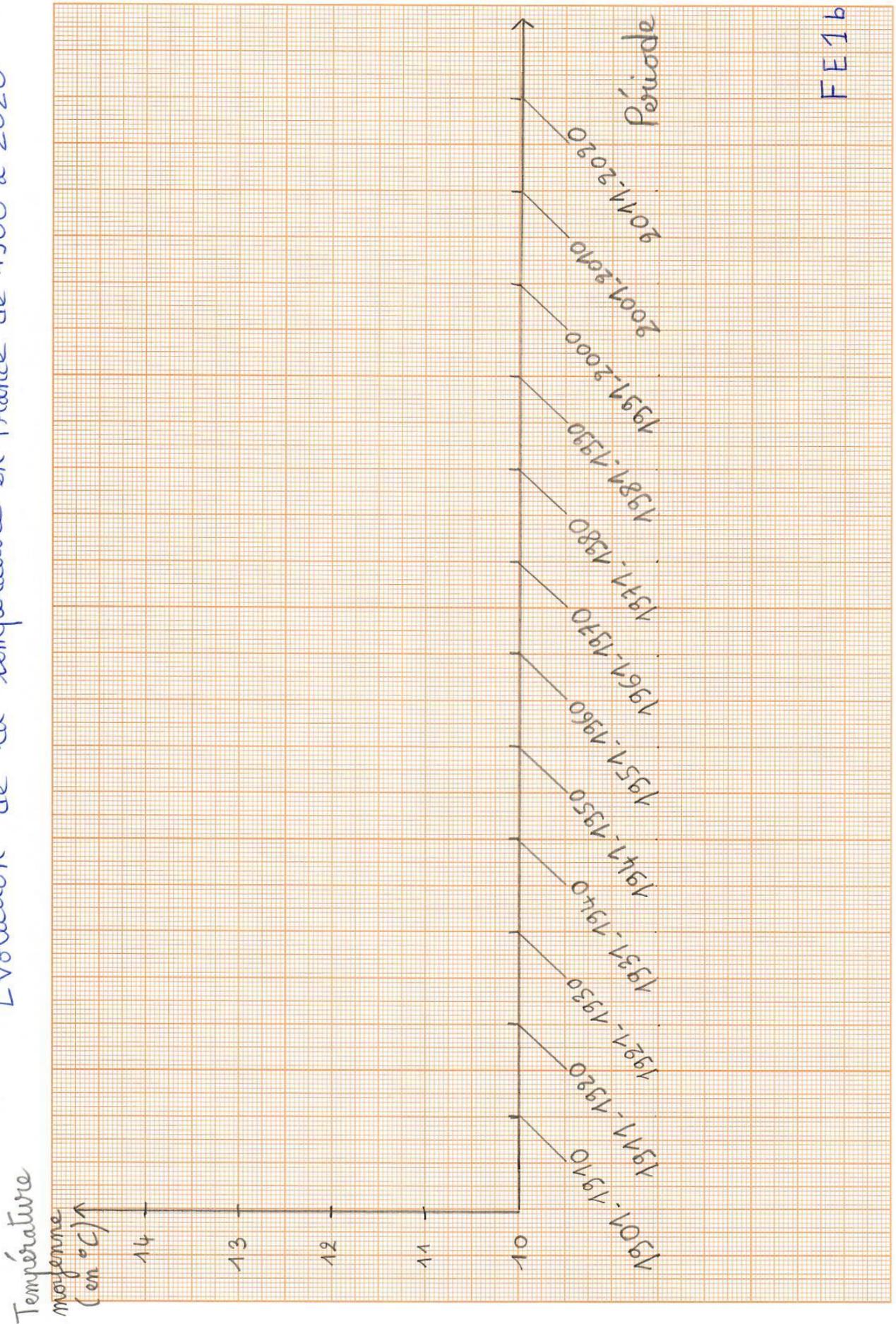
Questionnaire d'évaluation initial :

1. A partir de ce tableau de données, trace sur le graphique la courbe de température.
2. Comment cette température a-t-elle évolué ? Explique pourquoi.

FE1a

Températures moyennes en France	
Période	Température moyenne (en °C)
1901-1910	11,4
1911-1920	11,6
1921-1930	11,8
1931-1940	11,6
1941-1950	11,9
1951-1960	11,7
1961-1970	11,6
1971-1980	11,6
1981-1990	12,2
1991-2000	12,6
2001-2010	12,8
2011-2020	13,3

Evolution de la température en France de 1900 à 2020



FE1b

## Questionnaire et Réponses attendues avec codification

### **Q1 : Ecris tout ce que tu sais à propos des graphiques (tu peux aussi faire un dessin).**

0 : Aucune réponse.

1 : Réponse fausse ou très incomplète (vocabulaire erroné ou 1 seul élément énoncé).

2 : Au moins 2 éléments du code 3.

3 : Au moins 3 des 4 éléments soulignés : **Deux axes** gradués (horizontal et vertical) / **Titre** des axes avec l'unité, titre du graphique / Coordonnées des points / Relier les points (traçage de la **courbe**) / graphique construit à partir de **données** (tableau de données).

### **Q2 : Dessine un graphique**

0 : Aucune réponse.

1 : Réponse fausse ou très incomplète

2 : Au moins 1 des 2 axes est gradué

3 : les 2 axes sont gradués avec la présence de l'unité

### **Q3 : Trace sur le graphique la courbe de température.**

0 : Aucune réponse.

1 : Réponse fausse ou très incomplète (courbe tracée au hasard, aucun lien avec le tableau de données, points placés au hasard ...).

2 : Au moins 3 points sont correctement placés (en cohérence avec le tableau de données).

3 : Au moins une partie de courbe est tracée en cohérence avec le tableau de données (une partie des points est reliée).

### **Q4 : Comment cette température a-t-elle évolué ? Explique pourquoi.**

0 : Aucune réponse.

1 : Réponse fausse ou très incomplète (aucun lien avec le thème ...).

2 : **Description partielle** : elle augmente ... / **Pas d'interprétation**.

3 : **Description** : La courbe stagne sur la première partie et augmente à la fin. **Interprétation** : la température augmente fortement à partir des années 1850 (Révolution industrielle).

## SEANCE O-2 : PREMIERS TRACES, QUELLES DIFFICULTES ?

## RESUME

Les élèves analysent des tracés de courbes réalisés par certains d'entre eux lors de la séance précédente. Ils comparent les productions et relèvent les difficultés. Puis par binômes ils tentent une nouvelle fois de tracer la courbe.

## OBJECTIFS

Analyser des tracés de courbes réalisées par des élèves

Pointer les difficultés relatives à la lecture et à la construction de graphiques : croisement de données et lecture de graduations

## MATERIEL

Pour chaque duo d'élève :

- La feuille de questionnaire initial (FE1)

Pour la classe :

- Quelques agrandissements de tracés de courbes lors de l'évaluation initiale

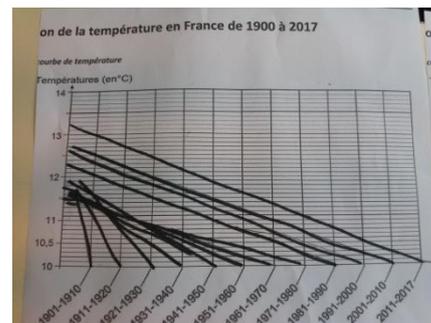
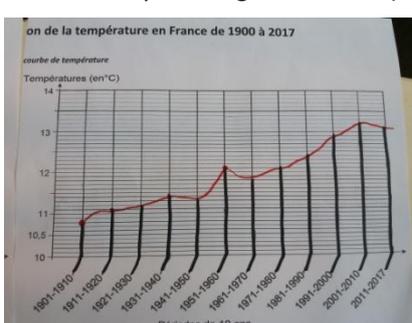
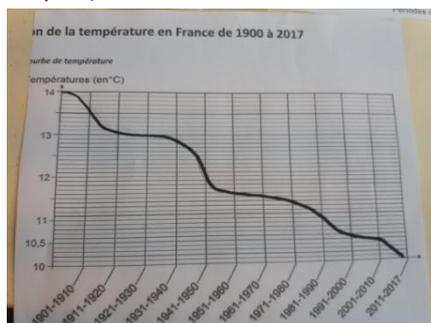
## DÉROULEMENT

## 1. Analyse de tracés de courbes

L'enseignant accroche au tableau quelques tracés de courbes agrandies réalisés lors de l'évaluation initiale.

« Est-ce que ce sont des courbes ? Qu'est-ce qu'une courbe ? (Définition : une ligne non droite, arrondie) »

*Exemple (classe de CM1 de Cédric Nabor, école Charpak, Nogent sur Oise)*



La courbe est fautive car la température doit augmenter et ici elle diminue.

Pour tracer cette courbe, l'élève n'a pas tenu compte des données du tableau et a tracé la courbe au hasard.

Il n'y a pas de points placés issus du tableau de données. Si on vérifie les données rien ne correspond.

La courbe a la forme attendue car la température augmente mais certains points ne sont pas bien placés car les données du tableau ne correspondent pas. L'élève n'avait pas tracé la courbe qui est en rouge sur l'image. Pour placer les points, il a tracé un trait vertical pour chaque date en s'arrêtant à la température donnée par le tableau (mais avec des erreurs de données).

Le tracé ne ressemble pas à une courbe. Ici l'élève a pris la donnée dans le tableau pour une période de 10 ans et a relié la date à la température. Or pour tracer un graphique, il faut placer des points en croisant les données.

**Pour tracer une courbe, il faut tenir compte du tableau de données.** Il ne faut pas tracer au hasard.

Une courbe qui descend ne peut pas être juste car on a vu que les températures montent au fil du temps.

**Les données du tableau nous permettent de placer des points sur le graphique.**

**Ensuite il faut relier les points pour tracer la courbe.**

## 2. Tracé de la courbe (par 2)

Chaque binôme reçoit la feuille d'évaluation initiale et essaie de nouveau de tracer la courbe, à présent que les élèves ont compris qu'il faut tenir compte du tableau de données.

## 3. Discussion collective et trace écrite

« Quelles difficultés avez-vous rencontrées lors de cet exercice ? »

**Conclusion : Les difficultés pour lire ou construire un graphique sont :**

- **Croiser les données (on peut se tromper de ligne)**
- **Lire les graduations**
- **Tenir compte du titre des deux axes pour savoir à quoi correspondent les données**

C'est pourquoi nous allons nous entraîner à croiser des données dans un premier temps et dans un deuxième temps, nous travaillerons sur les graduations.

Où peut-on croiser des données ? *dans des tableaux*. C'est pourquoi, les prochaines séances seront consacrées à la lecture et à la construction de tableaux.

## I. LES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE

### SEANCE 1-1 : CONSTRUIRE DES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE

#### RESUME

Les élèves doivent prélever des données sur des cartes de défi-nature et les organiser sous forme de tableau.

#### OBJECTIFS

Organiser des données sous forme de tableau

#### LEXIQUE

Tableaux simples et tableaux à double entrée, coordonnées, case, nœud, tête de colonne, droite, gauche ...

#### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Verbaliser pour expliciter la procédure d'organisation de données dans un tableau.

**Écrit** : Construire un tableau.

**Pistes et réinvestissements** : en amont ou en prolongement, faire des prélèvements de données avec les élèves (ex. : les températures, couleur et température, activités que pratiquent les élèves d'une classe, d'une école (sport), nombres d'élèves par classe... ; inscription de ses performances sportives à des dates données : saut en longueur, en hauteur, ... avec résultat au premier, deuxième et troisième essai ; évolution d'une plante au fil des jours ; mélanges ; les tortues...)

#### MATERIEL

Pour chaque groupe :

- 6 cartes du jeu défi nature (jeu de carte commercialisé et édité chez bioviva, il en existe de nombreuses versions sur toutes sortes d'animaux)
- une affiche



#### DEROULEMENT

##### 1. Organiser des données en groupe

Rappel de la séance précédente. *Qu'avez-vous appris, de quoi vous souvenez-vous...*

**Travail par groupe** : Des données « en vrac » sont fournies sur des cartes défi nature, les élèves doivent les rassembler et les organiser sur une affiche commune. Un tableau à double entrée est attendu.

(Groupes de 3 : 6 cartes par groupes.)

**Consigne** : Voici un jeu de cartes qui s'appelle « défi nature. Sur chacune des cartes, vous avez un animal en photo avec ses caractéristiques. (Montrer un exemple)

Vous allez recevoir 6 cartes par groupe, vous devez rassembler sur une seule affiche les données présentes sur chaque carte en les organisant sous forme de tableau.

2. Mise en commun (peut faire l'objet d'une deuxième séance)

Il s'agit de comparer les tableaux ainsi obtenus en faisant ressortir les ressemblances et les différences, et en soulignant les éventuels manques de certains tableaux ou le manque d'organisation.

Exemples de travaux d'élèves : Les unités ne sont pas inscrites dans les têtes de colonne et sont répétées dans chaque case. Les élèves ont oublié d'écrire le nom des animaux dans le deuxième tableau.

	Poids	Taille	longévité	Profondeur
Baracuda	50 Kg	1,85	10ans	102 m
Otari de californie	180 Kg	2,05	13ans	290 m
Talon rouge	250 Kg	1,95	12ans	300m
Murène commune	6 Kg	1,30	15ans	106m
Ploque-moine de Méditerranée	307 kg	2,40	25ans	97m

poids	taille	longévité	profondeur
250kg	1,95m	12ans	300m
180kg	2,05m	13ans	270m
307kg	2,40m	25ans	97m
50kg	1,85m	10ans	102 m
6kg	1,30m	15ans	106m

3. Structuration

Quel est l'intérêt du tableau à double entrée par rapport aux cartes ?

Un tableau donne une vision globale, un aperçu d'un seul regard de toutes les données en même temps. Ainsi, on peut les comparer plus facilement.

4. Prolongement

En différé, faire construire un tableau pour pouvoir y inscrire des données que les élèves relèveraient par eux-mêmes. (ex : relevés de température, différentes espèces d'arbres dans leur ville, enquête sur la mobilité ou tout autre sujet...)

## SEANCE 1-2 : COMMENT LIRE UN TABLEAU A DOUBLE ENTREE ?

### RESUME

Les élèves comparent deux tableaux (l'un à simple entrée, l'autre à double entrée), ils les décrivent et expliquent comment lire un tableau en croisant les données. Ils comprennent à quoi correspond chaque case et s'entraînent à une « gymnastique » de lecture.

### COMPETENCES

Comprendre et expliciter la lecture d'un tableau à double entrée

Prélever des données numériques à partir d'un tableau à double entrée

### LEXIQUE

Tableaux simples et tableaux à double entrée, ligne, colonne, case, tête de colonne, tête de ligne, droite, gauche ...

### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Verbaliser pour expliciter la procédure de lecture d'un tableau.

**Écrit** : définir ce qu'est un tableau

### MATERIEL

Pour chaque élève :

- le cahier de mathématiques
- la fiche élève FE2 ou tout autre exemple (*entrée à l'aquarium, population, tableaux issus des modules de la MAP ...*)

Pour la classe :

- une affiche

### DEROULEMENT :

#### 1. Introduction

L'enseignant présente 2 tableaux avec des données, l'un après l'autre : (ex : la température de l'an 1000 à l'an 2100, et la température et la concentration de CO<sub>2</sub> de l'an 1000 à l'an 2100.)

L'un est un tableau à simple entrée, l'autre est un tableau à double entrée

#### 2. Questionnement

Ces questions peuvent être posées à l'oral collectivement mais également par écrit. La mise en route (a) peut être collective puis le (b) peut être réalisé individuellement sur le cahier par exemple, ou inversement...

- « Décrivez le tableau. Que nous apprend-il ? Quelles données peut-on lire ?...  
A quoi correspond 15,7 ? Comment avez-vous fait pour trouver ? Comment fait-on pour lire ce genre de tableau ?
- « Comparez les 2 tableaux. Ressemblances et différences. Comment le lit-on ? Comment appelle-t-on ce type de tableau et pourquoi ? » « Lequel est le plus facile à lire ? Pourquoi ? »  
« Que pouvez lire en 2020 ? ...
- Dans la vie courante, quand utilisez-vous des tableaux à double entrée ? Où peut-on en voir ? (dans la rue par exemple...) : *horaires de bus, train...*

Année	Température moyenne sur Terre en °C
1000	14,8
1100	14,8
1200	14,7
1300	14,7
1400	14,8
1500	14,7
1600	14,7
1700	14,7
1800	14,7
1850	14,7
1900	14,7
1950	14,8
2000	15,0
2020	15,7
2040	16,3
2060	16,9
2080	17,4
2100	17,8

Année	Température moyenne sur Terre (en °C)	Concentration en CO <sub>2</sub> (ppm)
1000	14,8	277
1100	14,8	280
1200	14,7	279
1300	14,7	284
1400	14,8	282
1500	14,7	283
1600	14,7	280
1700	14,7	278
1800	14,7	282
1850	14,7	287
1900	14,7	296
1950	14,8	313
2000	15,0	358
2020	15,7	410
2040	16,3	470
2060	16,9	570
2080	17,4	650
2100	17,8	720

### 3. Entraînement à la lecture de tableaux

Choisir une case du tableau et faire verbaliser correctement aux élèves à quoi correspond cette case.

Exemples :

« 15 » correspond à la température moyenne en degrés Celsius sur Terre en l'an 2000

« 12 » correspond au nombre de T-shirt bleus en taille M disponibles dans la boutique de vêtements. (tableau présent dans la séance suivante)

### 4. Institutionnalisation

Définir ce qu'est un tableau à double entrée avec les mots des élèves. Donner une procédure de lecture. Rappeler avec une trace écrite ce qu'est une ligne et une colonne.

#### NOTE DIDACTIQUE aide pour la trace écrite

##### Quelle est l'utilité d'un tableau ?

Un **tableau** permet de rassembler un certain nombre de données de manière organisée de façon à les rendre plus facilement compréhensibles et interprétables.

On distingue deux types de tableaux: les **tableaux simples** et les **tableaux à double entrée**.

##### Les tableaux simples

Un tableau simple est un tableau qui comprend un nombre variable de colonnes mais une seule ligne de données. Il a un seul sens de lecture, ici vertical.

Exemple:

Nombre d'élèves :

Classe de 6 <sup>eme</sup> 1	Classe de 6 <sup>eme</sup> 2	Classe de 6 <sup>eme</sup> 3	Classe de 6 <sup>eme</sup> 4	Classe de 6 <sup>eme</sup> 1
25	27	26	25	22

##### Les tableaux à double entrée :

Un tableau à double entrée est un tableau qui comporte plusieurs lignes de données. Il a plusieurs sens de lecture : horizontal et vertical ( d'où la double entrée).

Exemple: Nombre de tee-shirt dans une boutique de vêtement

Couleurs des tee-shirts Tailles	Jaune	Bleu	Vert	Rouge	Rose
S	10	12	5	8	4
M	9	12	11	10	9
L	12	15	16	17	12
XL	8	7	8	5	8

En gris : une ligne

En vert : une colonne

Année	Température moyenne sur Terre (en °C)	Concentration en CO <sub>2</sub> (ppm)
1000	14,8	277
1100	14,8	280
1200	14,7	279
1300	14,7	284
1400	14,8	282
1500	14,7	283
1600	14,7	280
1700	14,7	278
1800	14,7	282
1850	14,7	287
1900	14,7	296
1950	14,8	313
2000	15,0	358
2020	15,7	410
2040	16,3	470
2060	16,9	570
2080	17,4	650
2100	17,8	720

### 5. Prolongement

Proposer une série de tableaux à trier et à coller sur une affiche de classe.

**Remarque :** Les élèves ont rencontré les tableaux à double entrée depuis la maternelle, cependant ils ont encore de nombreuses difficultés pour se repérer, pour être à l'aise dans la lecture et l'interprétation. Le mot ligne par exemple est à double sens pour certains élèves qui confondent la « ligne » du tracé du tableau et la ligne comportant les cases, si bien qu'ils ne comptent pas le même nombre de lignes et qu'on ne parle pas de la même chose.

## SEANCE 1-3 : LIRE ET INTERPRETER DES TABLEAUX A DOUBLE ENTREE

### RESUME

Grâce à un questionnaire, l'élève est amené à retrouver une case précise dont on aura donné les en-têtes, et inversement à partir d'une case ils devront retrouver à quoi elle correspond.

### COMPETENCES

Prélever des données numériques à partir d'un tableau à double entrée

Rechercher une information dans un tableau pour répondre à des questions

### LEXIQUE

Tableaux simples et tableaux à double entrée, ligne, colonne, coordonnées, case, nœud, tête de colonne, droite, gauche ...

### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Verbaliser pour expliciter la procédure de lecture d'un tableau.

**Écrit** : définir ce qu'est un tableau

### MATERIEL

Pour chaque élève :

- le cahier de mathématiques
- les fiches élève FE3 et FE4

Pour la classe :

- une affiche

*Ex : horaires de bus, train, (en lien éventuellement avec une sortie scolaire ou de quartier),*

*Ex. : entrée à l'aquarium, population, tableaux issus des modules de la Fondation La Main à la pâte ...*

### DEROULEMENT :

#### 1. Entraînement

Questionnaire sur les horaires de train (travail par 2 ou 3)

Décrire le tableau, quelles informations donne-t-il ? d'un côté à gauche 1ère colonne (tête de colonne) : liste des gares, alternances couleurs pour aider à la lecture.

#### 2. Mise en commun

[Voir fiche méthode lecture de tableaux de données](#)

[Extrait de cahier à compléter](#)



27 Amiens → St-Just-en-Chaussée → Paris

Ces horaires sont donnés sous réserve de modifications. Consultez régulièrement les mises à jour sur votre site TER ou appelez Contact TER Hauts-de-France au 0 805 50 60 70 Service & appel gratuits ou flashez ce code :



HORAIRES VALABLES DU 7 AU 25 OCTOBRE 2019

VERSION DU 26/09/2019

Valables du lundi au vendredi

	Me et J TAD	Me et J TAD	Me et J TER	La V TER	La V TER	La V TAD	La V TER															
AMIENS				04 14	05 17	05 38		06 06														
Blangy-Gisy																						
Longueau				04 20	05 23	05 45		06 12		06 03	06 21	06 38	06 43									
Boves										06 18	06 28	06 45	06 49									
Dommartin-Remiencourt																						
Ailly-sur-Noye	03 18			04 31	05 33			06 21					06 59									
La Faloise													07 05									
Breteuil-Embranchement	03 38			04 42	05 43			06 31					07 12									
Gannes							06 20	06 30					07 18									
ST-JUST-EN-CHAUSSEE	04 00	04 09		04 54	05 53	06 10	06 30	06 40			07 10		07 24									
St-Rémy-en-Eau													07 29									
Avrechy				04 59				06 46					07 32									
Clermont-de l'Oise	04 32			05 05	06 03	06 20		07 00			07 20		07 39									
Liancourt-Rantigny	04 45			05 11	06 10			07 09					07 45									
Laigneville	04 55			05 15	06 14			07 14					07 49									
Creil	05 05	05 20	05 20	06 20	06 20	06 31	07 20	07 29			07 31	07 53	07 59									
PARIS-NORD			05 53	06 53	06 56	07 53		07 53			07 53	08 26	08 26									
numéro de circulation	TAD	447526	846202	846202	846504	12000	TAD	846526	TAD	12002	846534	846536	847096	TAD	846510	12006	846556	2008	12010	846512	2014	12016

FE4 Questionnaire sur les horaires de train Amiens-> St Just-> Paris

A quoi correspond chaque colonne ? .....  
 Surligne dans la fiche horaire la colonne du train partant d'Amiens à 6h21, du lundi au vendredi.  
 A quelle heure arrive ce train à la gare de Paris Nord ?.....  
 En quelle gare s'arrête ce train lors de son trajet ? Et à quelle heure ?.....

*J'ai un rendez-vous à coté de la gare de Paris Nord à 16h00, le mardi.  
 Quel train dois-je prendre pour arriver à l'heure à mon rendez-vous ?  
 (Cibler celui qui permet d'avoir le moins d'attente)*

J'arrive à Paris à 17h29. A quelle heure suis-je parti d'Amiens ?.....

Je prends le train à Boves à 12h54, le jeudi. A quelle heure arriverai-je à Clermont de l'Oise ?

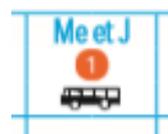
Je prends le train à Boves à 18h54, le vendredi. A quelle heure arriverai-je à Clermont de l'Oise ?

Le samedi matin, je dois rejoindre ma grand-mère dans le train venant de Calais pour nous rendre à Paris. A quel horaire dois-je prendre le train en gare d'Amiens ?

Je dois arriver le samedi à Paris Nord à 9h29. A quelle heure dois-je partir d'Amiens ?

Je dois arriver le samedi à Laigneville à 13h48. A quelle heure dois-je partir de La Faloise ?

Légende : (image ciblée d'une case)  
 Quels jours sont concernés pour ce trajet ?



Que signifient les symboles ?

Je pars de St Just en Chaussée et je dois me rendre à Creil le jeudi 16 octobre pour un rendez-vous à 6h00. Surligne la colonne du trajet que je dois emprunter.  
 Que remarques-tu ?

Pose une question dont la réponse peut être lue sur la fiche horaire.

## II. LES DROITES GRADUEES

### SEANCE 2-1 : INTRODUCTION AUX DROITES GRADUEES

#### RESUME

Les élèves sont amenés à comprendre comment fonctionne une graduation. Ils s'entraînent à situer les nombres les uns par rapport aux autres en graduant des lignes. Ils découvrent qu'une ligne graduée conserve toujours des intervalles réguliers choisis arbitrairement entre deux extrémités données. À partir de lignes déjà graduées, les élèves seront amenés à placer des nombres en « critiquant » la graduation choisie.

#### COMPETENCES

- Savoir situer les nombres par rapport aux multiples de 10, 100 et 1000

#### LEXIQUE

Graduer, placer, intervalle, ...

#### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Comparer, justifier et argumenter

**Écrit** : Structurer sa pensée

#### Pistes et réinvestissements :

- 1- Entraînement au comptage (ex rituels écrits et oraux) pour compter de 10 en 10, de 100 en 100, de 150 en 150 ...
- 2- Pour les élèves en difficulté, il est possible de reprendre les activités de CE2 (page 338 ERMEL)

#### MATERIEL

##### Par groupe/individuellement

- Fiche annexe FE5 Exercices 1, 2 et 3

**Pour l'affichage de classe** : lignes non graduées reproduites sur le tableau ou sur des affiches.

#### DEROULEMENT

##### 1. Discussion collective

- Sur quel support avons-nous travaillé pendant les séances précédentes ? (Les tableaux à double entrée.)
- Lorsque vous aviez construit vos graphiques, vous aviez rencontré des difficultés. Quelles sont ces difficultés ? (Croiser des données, organiser des données)
- A travers l'étude des tableaux à double entrée, qu'avons-nous appris ? Quel lien existe-t-il entre les tableaux à double entrée et les graphiques ? (Nous avons appris à **croiser** des données, des informations.)
- Maintenant, que nous manque-t-il encore pour construire un graphique ? (les axes, les droites graduées)
- Où rencontre-t-on des droites graduées dans la vie de tous les jours ? (règle graduée, thermomètre, toise...)
- Nous allons commencer une nouvelle séquence sur les droites graduées afin que cela nous aide pour la construction de nos graphiques.

Activité : graduations (Ermel (CM1) page 145 : Exercices conçus pour entraîner les élèves à une maîtrise de plus en plus grande de l'outil graduation et des encadrements de nbr.)

L'enseignant demande à un élève de venir au tableau tracer une droite graduée. (La plupart du temps, l'élève tracera une droite graduée de 1 en 1 à partir de 0, horizontalement ou verticalement).

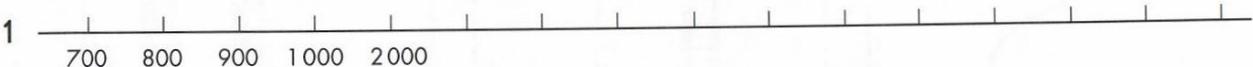
Puis, l'enseignant trace une droite graduée de 10 en 10 à partir de 0 en laissant deux graduations « vides ».

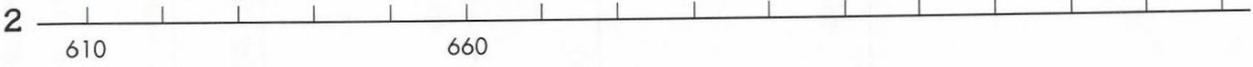
Deux élèves viennent compléter la graduation et explicitent leur démarche.

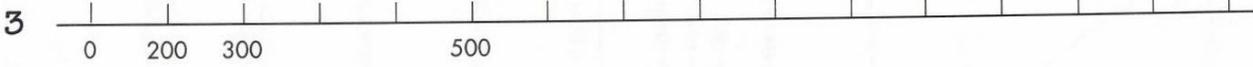
L'enseignant rajoute une erreur après la graduation 100, il place 200. Les élèves doivent repérer l'erreur, expliciter son origine.

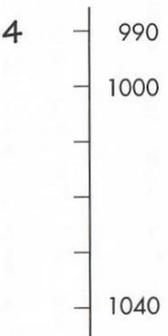
## 2. Exercices individuels ou par binômes

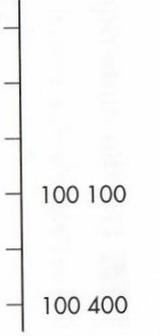
Complète les phrases et les graduations après avoir corrigé les erreurs éventuelles.

1   
J'ai gradué de ..... en ..... à partir de 700.

2   
J'ai gradué de 10 en 10 à partir de .....

3   
J'ai gradué de ..... en ..... à partir de .....

4   
J'ai gradué de ..... en ..... à partir de .....

5   
J'ai gradué de ..... en ..... à partir de .....

**FE5**

## 3. Mise en commun

Faire venir au tableau des élèves qui ont commis des erreurs différentes et en discuter. Attention, plusieurs réponses sont possibles pour l'exercice 3. Grader de 150 en 150 peut être une solution en barrant le 500 et le 200. Plusieurs solutions peuvent être exigées des élèves.

## SEANCE 2-2 : DROITES GRADUEES ET INTERVALLES

### RESUME

Les élèves s'entraînent à compter de 10 en 10, de 100 en 100... lors d'un furet. Puis ils choisissent une graduation et tracent pour un camarade une droite graduée à terminer. Une fois les échanges effectués, ils déterminent l'écart entre les nombres et poursuivent la droite graduée. Ensuite des exercices sont proposés afin que les élèves puissent se repérer sur des intervalles et prendre conscience de l'importance du choix d'un intervalle.

### COMPETENCES

- Savoir dire si un nombre appartient à un intervalle ou savoir trouver des intervalles dans lesquels se situent un nombre donné.
- Savoir choisir une graduation permettant de placer une suite donnée de nombres.

### LEXIQUE

Graduer, placer, intervalle, ...

### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Comparer, justifier et argumenter

**Écrit** : Structurer sa pensée

**Pistes et réinvestissements** :

- 3- Entraînement au comptage (ex rituels écrits et oraux) pour compter de 10 en 10, de 100 en 100, de 150 en 150 ...
- 4- Pour les élèves en difficulté, il est possible de reprendre les activités de CE2 (page 338)

### MATERIEL

**Par groupe/individuellement**

- Lignes non graduées
- Bandelettes de papier grand carreaux
- FE6

**Pour l'affichage de classe** : lignes non graduées reproduites sur le tableau ou sur des affiches.

### DEROULEMENT

#### 1. Discussion collective

Rappel de ce qui a été appris lors de la dernière séance : les lignes graduées. Faire reformuler le lien qui existe avec les graphiques et la raison pour laquelle on s'entraîne.

#### 2. Jeu du furet

Comptage de 10 en 10, de 100 en 100, de 1000 en 1000 à partir de nombres ronds dans un premier temps puis de nombres quelconques (ex : de 10 en 10 à partir de 1023 ou de 100 en 100 à partir de 2987).

#### 3. Échange de graduations par 2

Chaque élève trace une droite graduée sur une feuille en choisissant la graduation et l'origine (qui peut être 0 ou pas). Il commence mais ne la termine pas volontairement.

Puis il échange avec son voisin et complète avec une autre couleur la ligne graduée tracée par son camarade. Il corrige les erreurs éventuelles.

#### 4. Exercices sur les intervalles

L'enseignant commence l'exercice au tableau en collectif.

Puis Exercices individuels, ou par binôme

1. Colorie l'intervalle où se situe :

4320 en vert

110 en noir

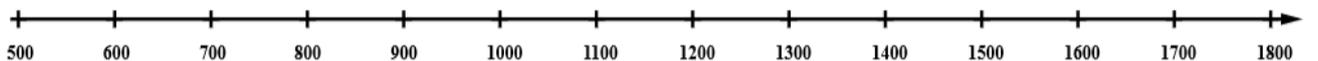
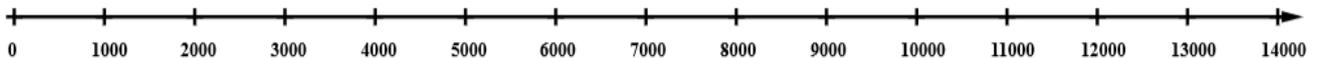
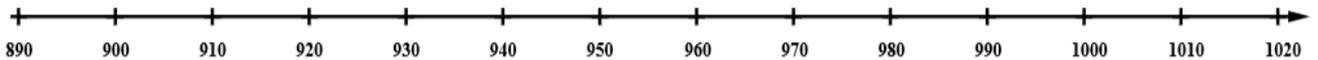
1990 en rouge

2020 en jaune

3130 en bleu



2. Voici trois droites graduées :



Pour chacune d'entre elles, colorie l'intervalle où se situe :

893 en vert

1008 en rouge

FE6 Les intervalles

## 5. Institutionnalisation

### Définition

**Une droite graduée est une droite sur laquelle sont placés des nombres dans l'ordre croissant.**

**L'écart qui sépare ces nombres est toujours le même.**

**Toute droite graduée a une origine (un début) qui n'est pas forcément 0.**

Ex : droite graduée de 10 en 10 et de 25 en 25 par exemple.

**Un intervalle est un espace entre deux nombres dans lequel on peut placer des nombres.**

Prévoir un exemple : sur une droite graduée de 25 en 25, colorier l'intervalle où se situe 80.

## SEANCE 2-3 : GRADUATIONS ET SUITES DE NOMBRES

### RESUME

Les élèves sont amenés à utiliser la droite numérique pour représenter une suite de nombres.

### COMPETENCES

- Savoir situer les nombres par rapport aux multiples de 10, 100 et 1000
- Savoir choisir une graduation permettant de placer une suite donnée de nombres

### LEXIQUE

Graduer, placer, intervalle, ...

### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Comparer, justifier et argumenter

**Écrit** : Structurer sa pensée

### MATERIEL

Par groupe/individuellement

- fiche annexe FE7 (4 lignes graduées avec 4 graduations différentes)

**Pour l'affichage de classe** : lignes graduées reproduites sur le tableau ou sur des affiches.

### DEROULEMENT

#### 1. Discussion collective

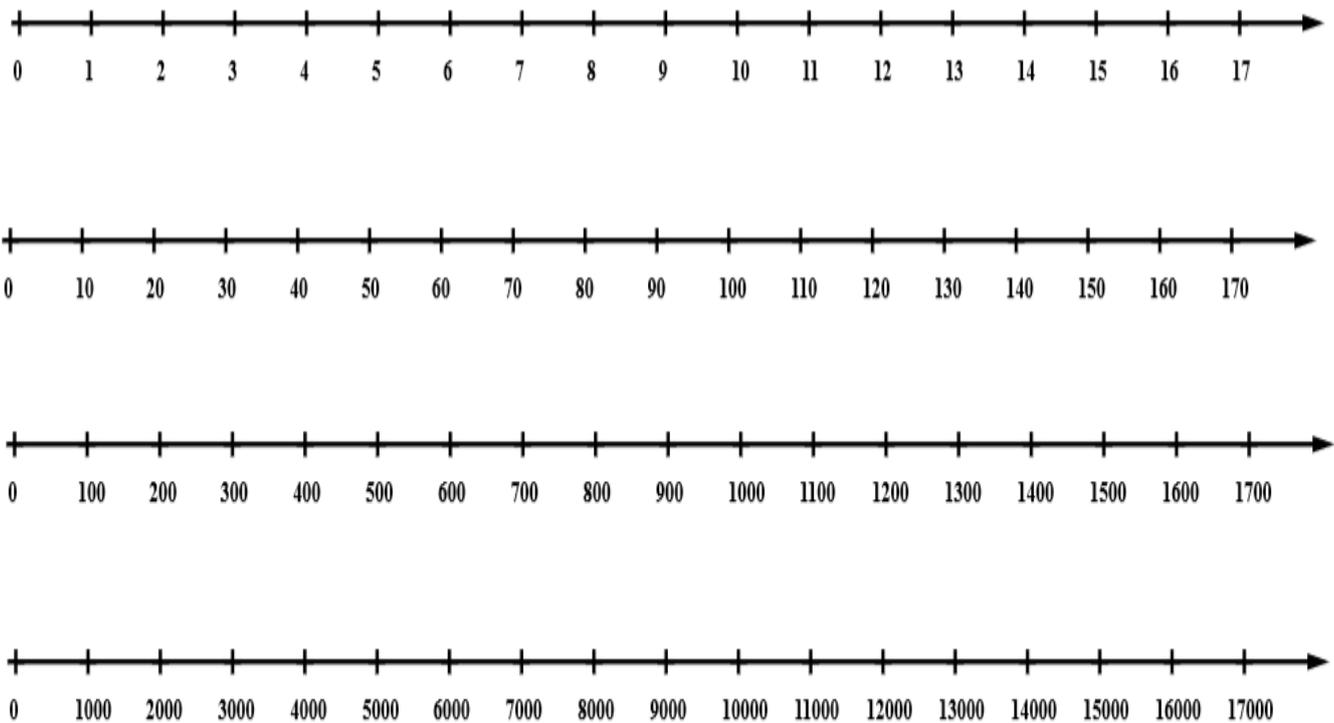
Rappel de la séance précédente en insistant sur le lien entre le travail sur la graduation et le choix des écarts sur les axes d'un graphique.

#### 2. Recherche individuelle

**Consigne** : Essayer de montrer sur chacune des droites où se situent les nombres choisis.

Commencer par placer le nombre 8 sur chacune des graduations. Petite mise en commun afin de vérifier que la consigne est bien comprise.

Les élèves continuent seuls à placer les autres nombres. Ils écrivent leurs remarques, leurs difficultés éventuelles sur la feuille.



Essaie de montrer sur chacune des droites où se situent les nombres suivants :  
8, 16, 32, 64, 160, 320, 640, 1 600, 3 200, 6 400, 16 000, 32 000

FE7

### 3. Mise en commun

La mise en commun doit révéler l'impossibilité de placer certains nombres sur toutes les droites. Sur la graduation de 1 en 1, chaque nombre pourrait avoir sa place si le fil était très long. Sur la feuille d'exercices, on en place donc très peu.

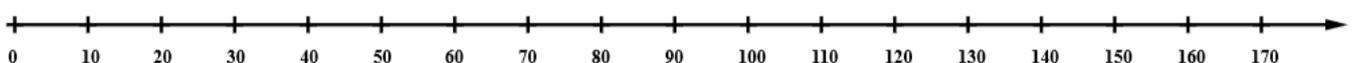
Il est inutile de corriger le placement de tous les nombres. Il est essentiel d'insister sur la précision du placement.

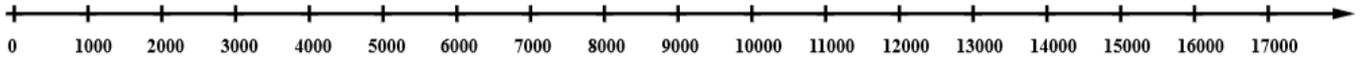
Sur la graduation de 100 en 100, on peut mettre plus de nombres mais cela est très approximatif et entre 0 et 100, les nombres sont très serrés. Sur la graduation de 1000 en 1000, c'est encore plus approximatif et entre 0 et 1000, on ne voit plus rien.

### 4. Trace écrite

**Plus l'écart entre 2 nombres consécutifs sur la graduation choisie est petit, plus le placement des nombres est précis. Et inversement, plus l'écart entre 2 nombres consécutifs sur la graduation choisie est grand, plus le placement des nombres est approximatif.**

**Exemple : placer 55 sur les graduations de 10 en 10 et de 1000 en 1000.**





**Donc les choix de la graduation et de l'origine sont importants.**

## SEANCE 2-4 : CHOIX DES GRADUATIONS ET DE L'ORIGINE

### RESUME

Les élèves sont amenés à choisir la graduation et l'origine qui permettent de placer convenablement une suite donnée de nombres.

### COMPETENCES

- Savoir choisir une graduation permettant de placer une suite donnée de nombres
- Utiliser les propriétés de la proportionnalité pour compléter une graduation, en utilisant les relations entre nombres donnés et nombres proposés, et la correspondance : écart entre deux nombres / distance entre les deux points associés.

### LEXIQUE

Ligne graduée, écart, distance, points, placer ....

### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Évoquer, justifier, émettre des hypothèses, expliquer

Structures syntaxiques : *Nous savons que..., nous avons appris que...*

**Écrit** : Structurer sa pensée

**Pistes et prolongement** : P 419 droites graduées (fractions)

### MATERIEL

Pour chaque binôme :

- fiche annexe FE8 (graduations muettes à glisser dans une pochette plastifiée, pour le travail en binôme avec feutres effaçables)

### DEROULEMENT

#### 1. Discussion collective

Rappel de la séance précédente à partir soit de la trace individuelle, soit de la trace collective, soit des deux. Le but étant que les élèves s'appuient sur leur cahier et/ou les affichages pour évoquer ce qu'ils ont appris lors des séances précédentes.

#### 2. Recherche par binômes, ou par groupes de 3

Les élèves reçoivent une graduation identique aux précédentes mais les points ne sont pas désignés (graduations « muettes »). Pour chacun des exercices proposés, les élèves sont amenés à choisir la graduation et l'origine qui permettent de placer convenablement une suite donnée de nombres.

Proposition d'organisation : les élèves travaillent par groupe de 2 ou 3, les enseignants tournent au sein des petits groupes pour relancer, guider.

1. Numérotez les points pour placer sur un même fil les nombres : 10, 25, 100, 120, 135



2. Numérotez les points pour placer sur un même fil les nombres : 10, 25, 100, 120, 135, 500, 750



3. Numérotez les points pour placer sur un même fil les nombres : 10, 25, 100, 120, 135, 500, 750, 5 000, 7 500



4. Numérotez les points pour placer sur un même fil les nombres : 341, 345, 347, 348, 353



FE8

### 3. Institutionnalisation : trace écrite

Le choix des écarts entre les nombres pour graduer une droite dépend des nombres à placer.

Il faut bien observer les nombres que l'on doit placer : quel est le plus petit nombre, quel est le plus grand nombre et quel est l'écart entre les deux.

Il faut ensuite choisir la graduation la plus adaptée, c'est-à-dire celle qui permet :

- de placer tous les nombres
- d'étaler, d'écarter le plus possible les nombres afin que ce soit le plus lisible possible
- de se repérer et de compter facilement ex : de 5 en 5, de 10 en 10, de 100 en 100... (éviter de 4 en 4, de 46 en 46...)

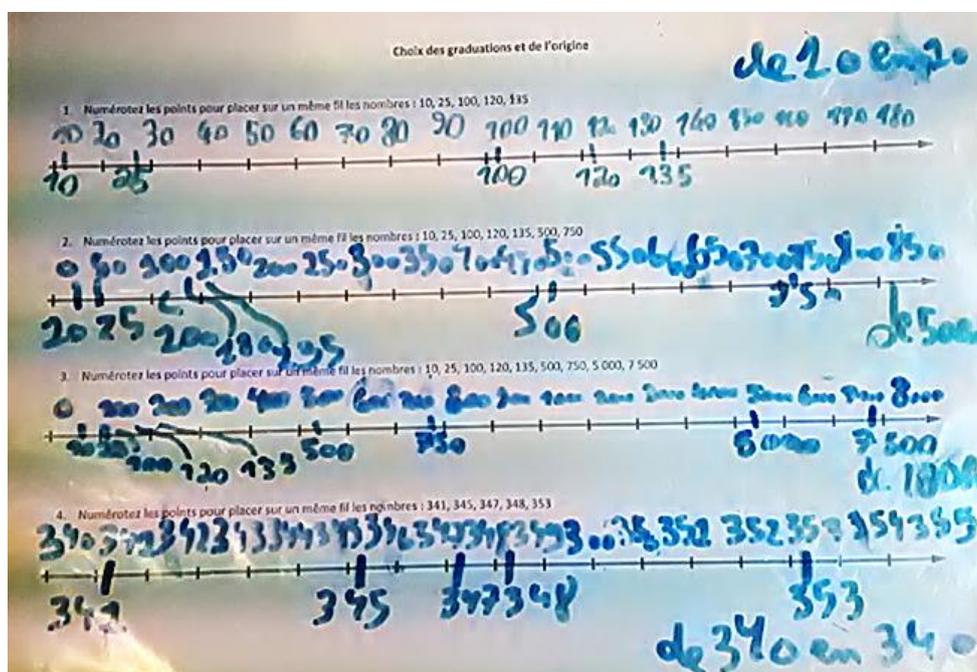
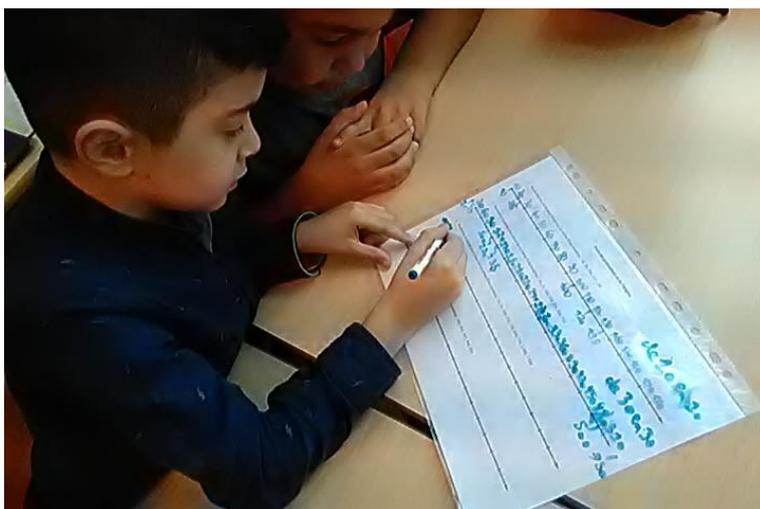
Conclusion : Dans quel but fallait-il s'exercer à savoir graduer ? *Pour être capable de réaliser un graphique.* Effectivement à présent que vous maîtrisez les graduations et que vous savez croiser des données (objet de la

première partie sur les tableaux à double entrée), nous allons pouvoir amorcer la troisième partie de notre travail qui est de construire des graphiques. Vous aurez besoin de remobiliser tout ce que vous avez appris jusqu'à maintenant.

Attention à ne pas confondre la graduation choisie et les nombres à placer. Ne pas faire les deux en même temps.

Exemple : pour placer les nombres 10-25-100-120-135-... il serait préférable de graduer de 10 en 10 en partant de 0. La graduation serait alors composée de 15 nombres.

Pour placer les nombres 10-25-100-120-135-500 ... il serait préférable de graduer de 50 en 50 en partant de 0. La graduation serait alors composée de 11 nombres, le nombre 500 nous oblige à réduire les écarts.



Classe de R. Brunet - école Charpak - Nogent

**Remarques et difficultés rencontrées :**

Les élèves pensent que les nombres imposés à placer doivent « tomber » sur une graduation, ils n'ont pas intégré qu'il faut les placer sur les intervalles. Ils ne conservent pas le même écart entre les graduations.

Ils choisissent une origine qui ne leur permet pas de placer les premiers nombres. Par exemple, ils commencent à graduer à partir de 100 et ne peuvent plus placer 10 et 25.

Habitué à commencer par 0, ils sont très embêtés par le dernier fil où il faut commencer par 340 et graduer de 1 en 1. Eux choisissent souvent de graduer de 100 en 100 et inscrivent tous les nombres sur un espace extrêmement petit, si bien que tout est illisible.

### III. LES GRAPHIQUES

#### SEANCE 3-1 : CONSTRUIRE UN GRAPHIQUE

#### RESUME

Les élèves construisent des graphiques à partir de données simples. Ils échangent ensuite leur travail et doivent reconstituer le tableau de départ.

#### COMPETENCES

Comprendre et interpréter des données.  
Construire un graphique.

#### LEXIQUE

Augmentation, diminution, valeur, graphique.

#### ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Décrire, nommer

**Structures syntaxiques** : Il y a augmentation, il y a diminution, la plus petite valeur est, la plus grande valeur est

#### MATERIEL

Pour chaque binôme :

- Un tableau A ou B FE9 et FE9 bis
- FE10 (grille d'autoévaluation) et FE11 (évaluation formative)
- Des feuilles à petits carreaux

Pour la classe :

- Une affiche par groupe pour noter les propositions des élèves

#### DEROULEMENT

##### 1. Construction d'un graphique par binômes

La classe est divisée en deux groupes : A et B.

Chaque groupe est ensuite scindé en sous-groupes constitués de 2 ou 3 élèves nommés A1, A2... puis B1, B2...

**Consigne** : Vous devez construire un graphique à partir d'un tableau de données. (Il est nécessaire de vérifier que tous les élèves aient bien identifié le tableau sur la fiche élève) Avant vous répondez à un petit questionnaire.

Données pour le groupe A: Hauteur de pluie à Amiens en 2019

mois	sept	oct	nov	déc	jan	fév
hauteur de pluie (en mm)	60	75	85	80	65	40

Le groupe A doit observer les données et préciser quand il y a augmentation, diminution, quelle est la plus petite valeur, quelle est la plus grande valeur : voir ci-dessous questionnaire 1.

Le groupe A doit construire un graphique destiné au groupe B (A1 construit pour B1 ...)

Données pour le groupe B : Nombre d'enfants pratiquant une activité sportive

jours	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi
Nombre d'enfants pratiquant une activité sportive	75	45	85	70	65	30

Le groupe B fait la même activité que le groupe A.

Le groupe B doit ensuite construire un graphique destiné au groupe A. (B1 pour A1 ...)

**Questionnaire 1 :**

a- Précisez quand il y a une augmentation :

b- Précisez quand il y a une diminution :

c- La plus petite valeur est

d- La plus grande valeur est

Ils écrivent les difficultés rencontrées et les remarques éventuelles.

## 2. Lecture du graphique

Les groupes échangent leur graphique. Le groupe A lit le graphique construit par le groupe B (A1 lit le graphique de B1 ...) (et inversement) et remplit un tableau de données (voir fiche annexe FE9 bis) :

Chaque groupe d'élèves explicite à l'écrit les difficultés qu'il aura rencontrées (nœuds mal positionnés, choix du modèle, choix des écarts ou de l'échelle ...)

Les élèves seront ensuite rassemblés par groupe de quatre (ex. : A1 avec B1 ...) pour comparer les tableaux avec l'original. Ils analysent les erreurs (problème de graduation, de nœuds, manque de précision ...).

Si les deux tableaux sont identiques, les élèves essaient de mettre en avant ce qui a fonctionné (les graduations sont bien choisies, les nœuds sont bien placés, le graphique est précis ...)

Il est possible de mettre à disposition des élèves un calque avec la courbe à obtenir pour validation, afin qu'ils puissent identifier leurs potentielles erreurs.

## 3. Mise en commun

Un groupe explique les difficultés et les erreurs rencontrées. L'enseignant note les propos des élèves sur une affiche. Les autres groupes complètent.

L'affiche servira d'appui pour la trace écrite.

## Exemple de trace écrite

## Tracer un graphique

1. Lire et bien observer le tableau de données.
2. Tracer 2 axes perpendiculaires : un axe horizontal et un axe vertical, puis les flécher.
3. Nommer les axes en s'aidant des têtes de colonne du tableau. L'axe horizontal est toujours la ligne du temps. Ne pas oublier les unités.
4. **Graduer** les 2 axes
5. Placer les points en **croisant les données** des 2 axes. Ces points se placent à l'intersection des lignes du quadrillage de la feuille : ce sont des nœuds.
6. Tracer la courbe en reliant les points.
7. Donner un titre au graphique.
8. Interpréter (lire, comprendre et expliquer) la forme de la courbe.

Cette trace écrite est le support pour construire une grille d'autoévaluation.

C'est également une grille méthodologique, qui peut servir de guide pour construire un graphique.

## Grille d'autoévaluation (FE10)

		oui / non
1	J'ai tracé 2 axes perpendiculaires : un axe horizontal et un axe vertical	
2	J'ai fléché les 2 axes	
3	J'ai nommé les axes en m'aidant des têtes de colonne du tableau.	
4	J'ai placé la ligne du temps sur l'axe horizontal.	
5	Je n'ai pas oublié d'écrire les unités.	
6	J'ai <b>gradué</b> les 2 axes	
7	J'ai placé les points en <b>croisant les données</b> des 2 axes. Ces points se placent à l'intersection des lignes du quadrillage de la feuille : ce sont des nœuds.	
8	J'ai tracé la courbe en reliant les points.	
9	J'ai donné un titre au graphique.	
10	J'ai lu et Interprété la courbe.	

## Evaluation formative individuelle (FE11):

A l'aide de ce tableau répond aux questions :

- 1- Que peux-tu dire de l'évolution de la superficie de la banquise ?
- 2- A-t-on avis que se passe-t-il ?

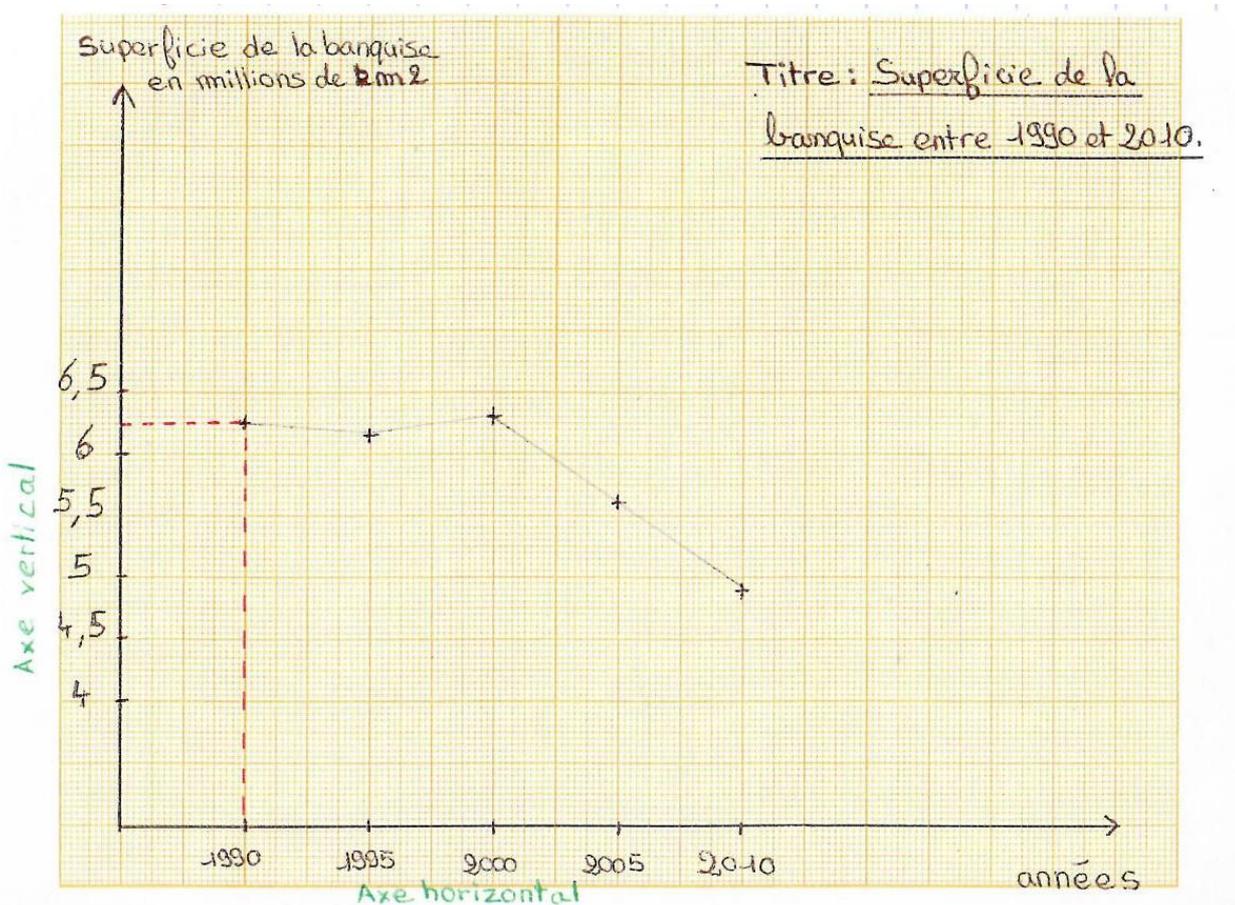
Septembre de l'année	Superficie de la banquise en km <sup>2</sup>
1990	6 240 000
1995	6 130 000
2000	6 320 000
2005	5 570 000
2010	4 900 000

(Source : NSDIC)

- 3- Trace un graphique qui représente la superficie de la banquise entre 1990 et 2010. Choisis bien la graduation de tes axes.

FE11

Correction :



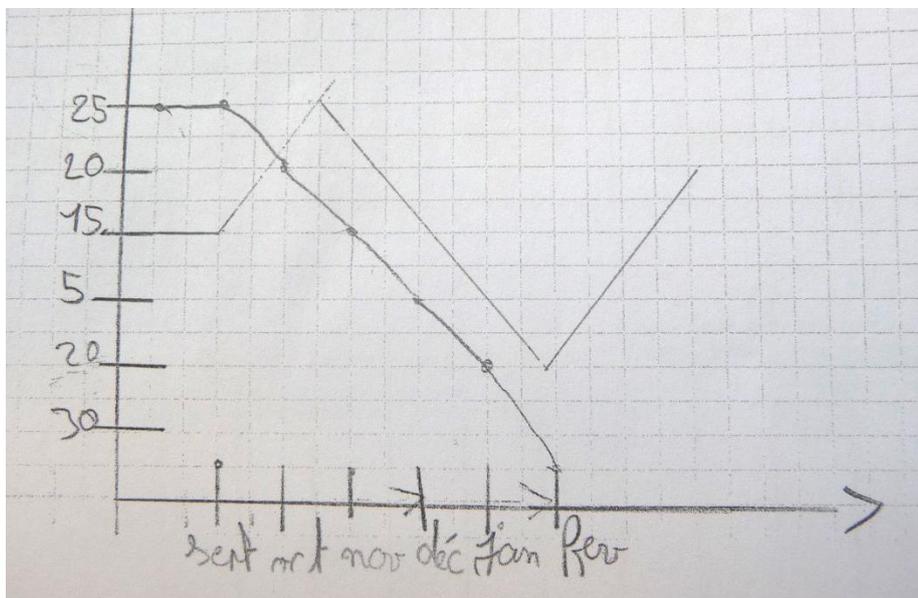
Exemples de difficultés rencontrées :

- pour répondre aux questions, augmentation, diminution : confusion entre le temps (question quand ?) et la quantité.
- pour identifier le nombre de lignes et de colonnes dans un tableau. Confusion entre lignes du tableau et bordures du tableau. Confusion lignes et colonnes.
- pour identifier ce qu'est un tableau, (certains n'ont pas trouvé le tableau sur la feuille !) confusion entre tableau et graphique (cadre du graphique)
- pour comprendre la consigne, c'est-à-dire tracer un graphique et non refaire un tableau (lié au point précédent) et de même pour retracer le tableau de départ et non refaire un deuxième graphique.

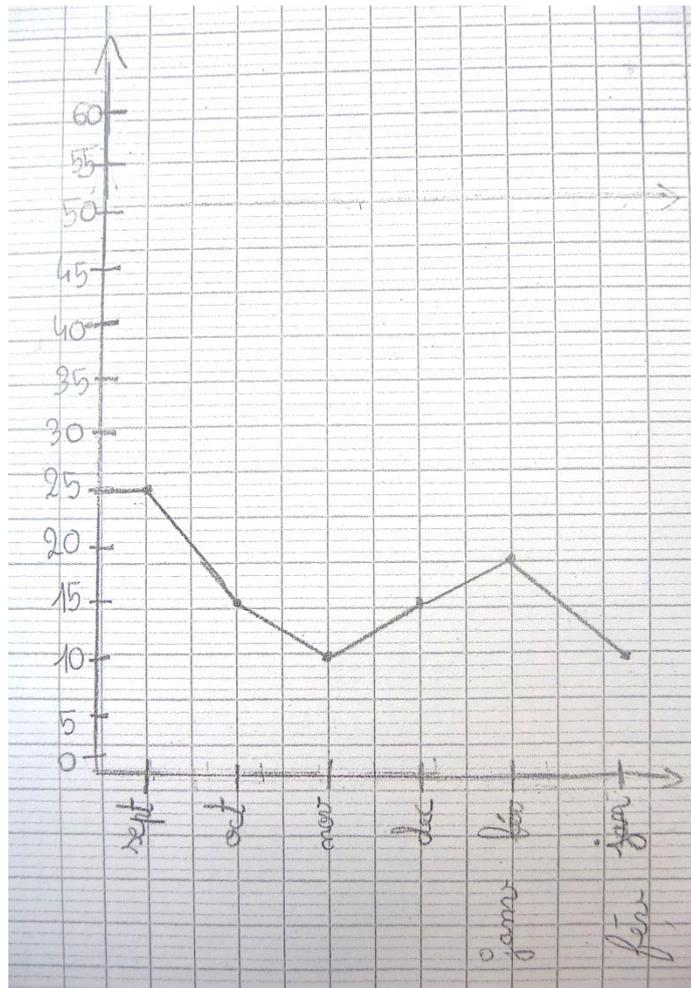
Pour tracer le graphique, les élèves ont rencontré des difficultés pour :

- transférer ce qu'ils ont appris sur les graduations : le sens de la flèche n'est pas respecté (graduations à l'envers), les nombres ne sont pas dans l'ordre croissant mais apparaissent dans l'ordre du tableau, l'écart entre les nombres n'est pas respecté.
- Tracer les axes
- Se servir des lignes du quadrillage : certains ont repassé sur tous les traits du quadrillage, non-respect des carreaux pour les repères.
- Placer les points, croiser les données, présence de décalages, notamment le premier point est souvent placé sur l'axe des ordonnées.

## 2 Illustrations



Sur l'axe des ordonnées, les nombres ne sont pas dans l'ordre croissant mais apparaissent dans l'ordre du tableau, ainsi le nombre 20 est placé 2 fois. On note également un décalage dans le placement du premier point.



*Les écarts ne sont pas respectés car les lignes du quadrillage ne sont pas toujours prises en compte.*

## SEANCES 3-2 : LIRE ET INTERPRETER UN GRAPHIQUE

## RESUME

Les élèves lisent et interprètent des graphiques en décrivant les différentes formes des courbes. Une fiche outil est conçue avec les élèves afin de faciliter le travail.

## COMPETENCE

Lire et interpréter des graphiques

## LEXIQUE

Augmentation, diminution, valeur, variation, courbe ascendante, courbe descendante, axe horizontal, axe vertical

## ASPECTS LANGAGIERS

**Oral** : Décrire, nommer, interpréter

**Structures syntaxiques** : la courbe monte/descend, la plus petite valeur est, la plus grande valeur est,

**Pistes et réinvestissements** : module de sciences

## MATERIEL

Pour chaque élève:

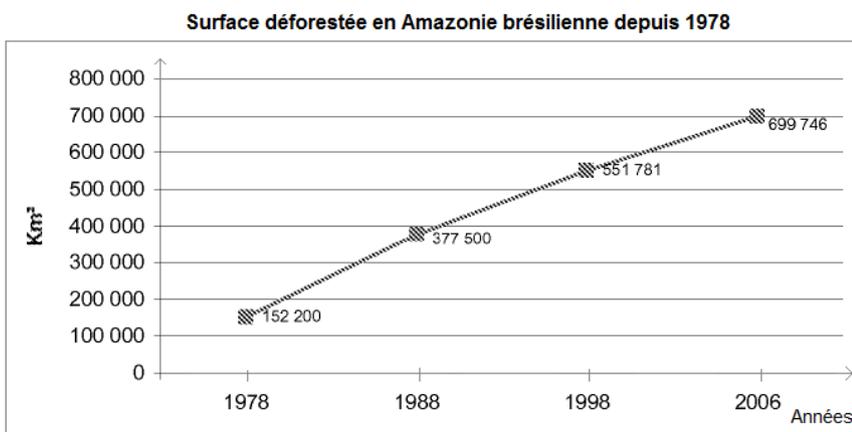
Des courbes à interpréter (Remarque : la courbe de la durée du jour correspond à un lieu placé très près du pôle Nord) FE12, FE13, et FE14, FE15, FE16 (au choix)

## DEROULEMENT

1. **Rappel** de la séance précédente.

A quoi sert un graphique finalement ? *C'est une représentation visuelle, qui permet d'un seul coup d'œil de voir une tendance, ça monte, ça descend etc...*

2. **Lecture et interprétation d'une courbe (recherche individuelle ou par 2) FE12**



Source : Données de l'INPE ([www.inpe.br](http://www.inpe.br)).

Vous devez lire le graphique et répondre aux questions suivantes.

De quoi ça parle ? (où as-tu trouvé les informations ?)

Décris le tracé de la courbe.

Que signifie la forme de cette courbe ? (interprétation)

Essaie d'expliquer pourquoi ? (Que s'est-il passé ?) travail de recherche documentaire à prévoir.

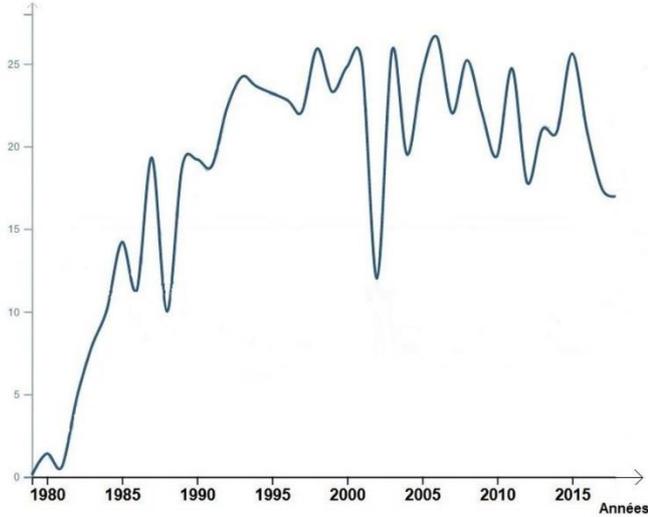
### 3. Construction d'une fiche méthodologique avec les élèves. (FE13)

FICHE OUTIL	LIRE ET INTERPRETER UN GRAPHIQUE
-------------	----------------------------------

➔ LES ÉTAPES	
1. De quel type de graphique s'agit-il ?	Circulaire (camemberts) En barre (diagramme en bâtons) Courbe
2. Comment lire ce graphique ?	Quel est le titre du graphique ? Quelles informations donne l'axe horizontal (axe des abscisses) ? Quelles informations donne l'axe vertical (axe des ordonnées) ?
3. Je décris le tracé de la courbe	Est-elle ascendante (elle monte) ? Est-elle descendante (elle descend) ? Est-ce qu'elle varie ? (elle alterne montées et descentes)
4. Qu'est-ce que je remarque ?	Si c'est le cas, à quel moment sur le graphique la courbe change de forme ?
5. Que puis-je en conclure ?	Que signifie la forme de cette courbe ? Que s'est-il passé ? ... Je recherche pourquoi.

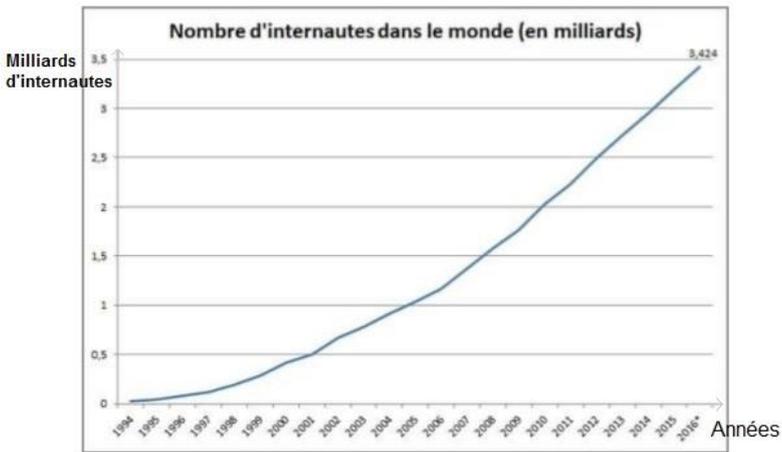
### 4. Entraînement à la lecture de courbes avec l'utilisation de la fiche outil.

Taille du trou (en millions de km<sup>2</sup>)



Taille du trou dans la couche d'ozone

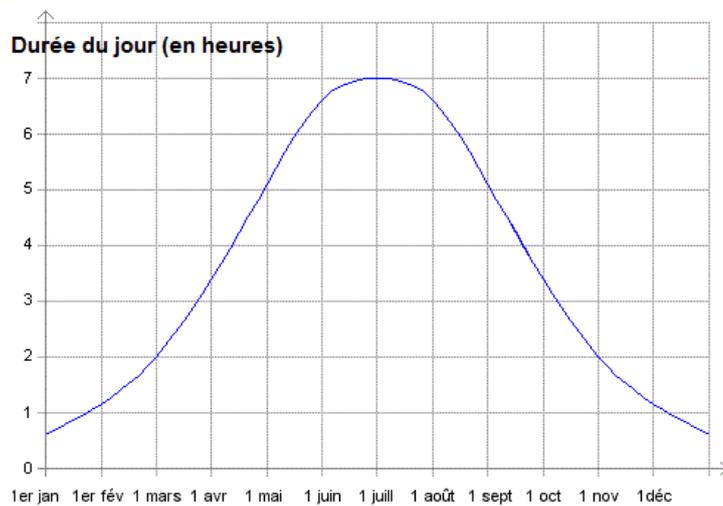
FE14



Fin 2016, selon les prévisions, le monde devrait compter 3,424 milliards d'internautes. © JDN

FE15

Evolution de la durée d'une journée pendant une année



Jour de l'année

FE16

**SEANCES 3-3 : COMPARER DES COURBES POUR LES INTERPRETER****RESUME**

Les élèves construisent quatre courbes et proposent une interprétation en les comparant.

**COMPETENCE**

- Construire des graphiques à partir d'un tableau de données.
- Lire et interpréter des graphiques.

**LEXIQUE**

Augmentation, diminution, valeur, graphique, tableau, évolution, pollution, pics d'émission de polluants, période de pointe

**ASPECTS LANGAGIERS**

**Oral** : Décrire, nommer

**Structures syntaxiques** : Il y a augmentation, il y a diminution, la plus petite valeur est, la plus grande valeur est, case, nœuds,

**Pistes et réinvestissements** : module de sciences

**MATERIEL**

Pour chaque élève:

Un tableau de relevé de la concentration en oxydes d'azote (NOx) en fonction de l'heure de la journée (FE17)

Une feuille vierge (papier millimétré) avec l'échelle imposée 1 carreau = 1h sur l'axe des abscisses et 1 carreau = 5 ppm sur l'axe des ordonnées.

ou une feuille avec les axes du graphique déjà tracés et gradués.

**DEROULEMENT****1. Rappel + Introduction du sujet**

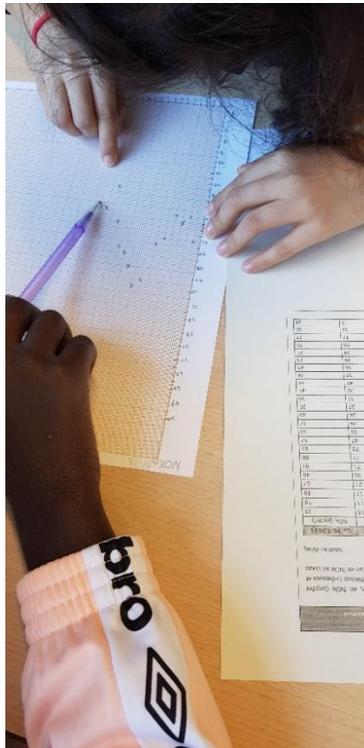
En s'appuyant sur les affichages ou sur leur trace écrite, les élèves rappellent les séances précédentes et les points essentiels pour réaliser un graphique (voir aussi la grille d'autoévaluation).

Pourquoi dit-on parfois que l'air est pollué ? En quoi certains moyens de transport peuvent-ils polluer l'air ? Les réponses des élèves sont notées au tableau, le vocabulaire est explicité. (Conséquences : maladies respiratoires...) L'air est composé de différents gaz (azote 78%, oxygène 20%, + 1% de gaz rares, CO2...) mais si la proportion change, l'air devient pollué.

**2. Mise en groupe : « façon Jigsaw »**

- Les élèves sont répartis en groupe de 4, appelés « groupe maison ». Chaque groupe maison reçoit le tableau complet et quatre graphiques vierges. Chaque élève reçoit un numéro (de 1 à 4). Ils sont ensuite séparés en quatre groupes de travail de la manière suivante : tous les 1 travaillent ensemble, tous les 2 .... Chaque groupe ainsi constitué doit construire un graphique pour une journée, soit une colonne du tableau.

Ex le groupe 1 construit le graphique qui correspond à la même journée (ex : première colonne : le 6/04). Les élèves travaillent ensemble. Pour différencier le travail on peut demander à chaque groupe de réaliser un nombre de graphiques différent (de 1 seul pour le groupe jusqu'à 1 par élève). Il faudra prévoir d'aller faire des photocopies au milieu de la séance.



Note pédagogique : Il est possible de demander aux élèves de construire eux-mêmes les graphiques, prévoir dans ce cas une séance supplémentaire.

Après avoir réalisé le graphique, les élèves l'interprètent à l'aide des questions suivantes :

- La courbe monte. Pour quelles raisons ?
  - La courbe redescend. Pour quelles raisons ?
  - Pourquoi y-a-t-il de telles variations ?
  - ⇒ L'objectif est que chaque élève reparte dans son groupe maison avec sa courbe et l'interprétation du groupe. Il ne s'agit pas d'un travail écrit mais d'une exposition à l'oral. L'élève peut prendre quelques notes pour appuyer son propos.
- b- Chaque élève retourne dans son « groupe maison » avec sa courbe et l'interprétation. Il expose les interprétations de son groupe de travail. Au regard des quatre interprétations, le groupe maison propose une interprétation globale qui explique pourquoi la courbe varie de la sorte.

### 3. Mise en commun

Il s'agit de décrire et d'analyser les graphiques. Les élèves cherchent à quoi sont dues ces émissions et ces variations. Ils réfléchissent à quel jour de la semaine correspondent ces dates, s'ils ne trouvent pas l'enseignant explique que ces dates sont un samedi, un dimanche, un lundi, un mercredi de la même semaine. Les élèves doivent chercher à expliquer les différences entre les graphiques.

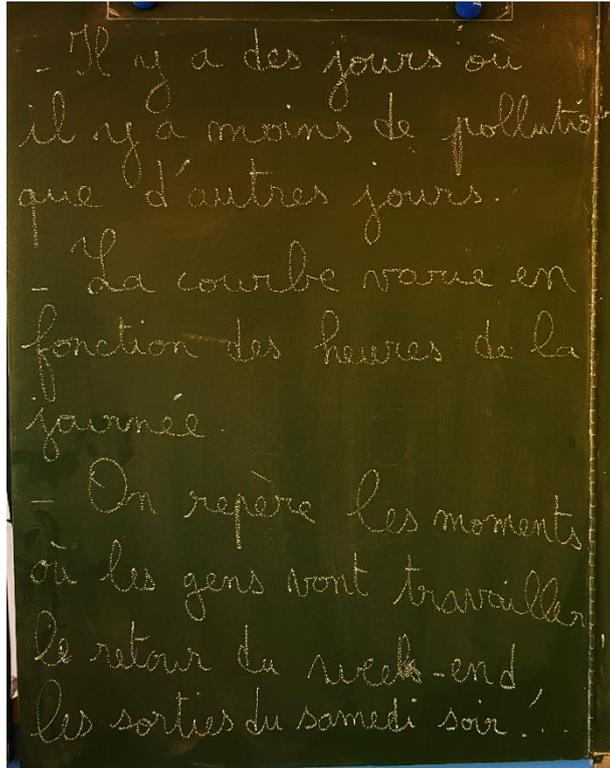
Un groupe maison expose ce qu'il a trouvé. Les autres complètent ou questionnent ou « s'opposent ».

#### 4. Trace écrite

Il est important de multiplier les données et de comparer ce qui se passe sur les différents jours de la semaine. Une seule courbe ne suffit pas pour interpréter, il faut la comparer avec d'autres courbes.

Par exemple : Il y a un pic de pollution le matin entre 6h et 8h sur les courbes bleues et vertes qui correspondent au lundi et mercredi car c'est le créneau horaire qui correspond au déplacement pour se rendre au travail. ... Les pics d'émission de polluants correspondent aux périodes de pointe du transport automobile, et donc aux activités (trajet domicile-travail, retour de week-end, activités de loisir...)

L'usage massif de l'automobile est source de pollution.



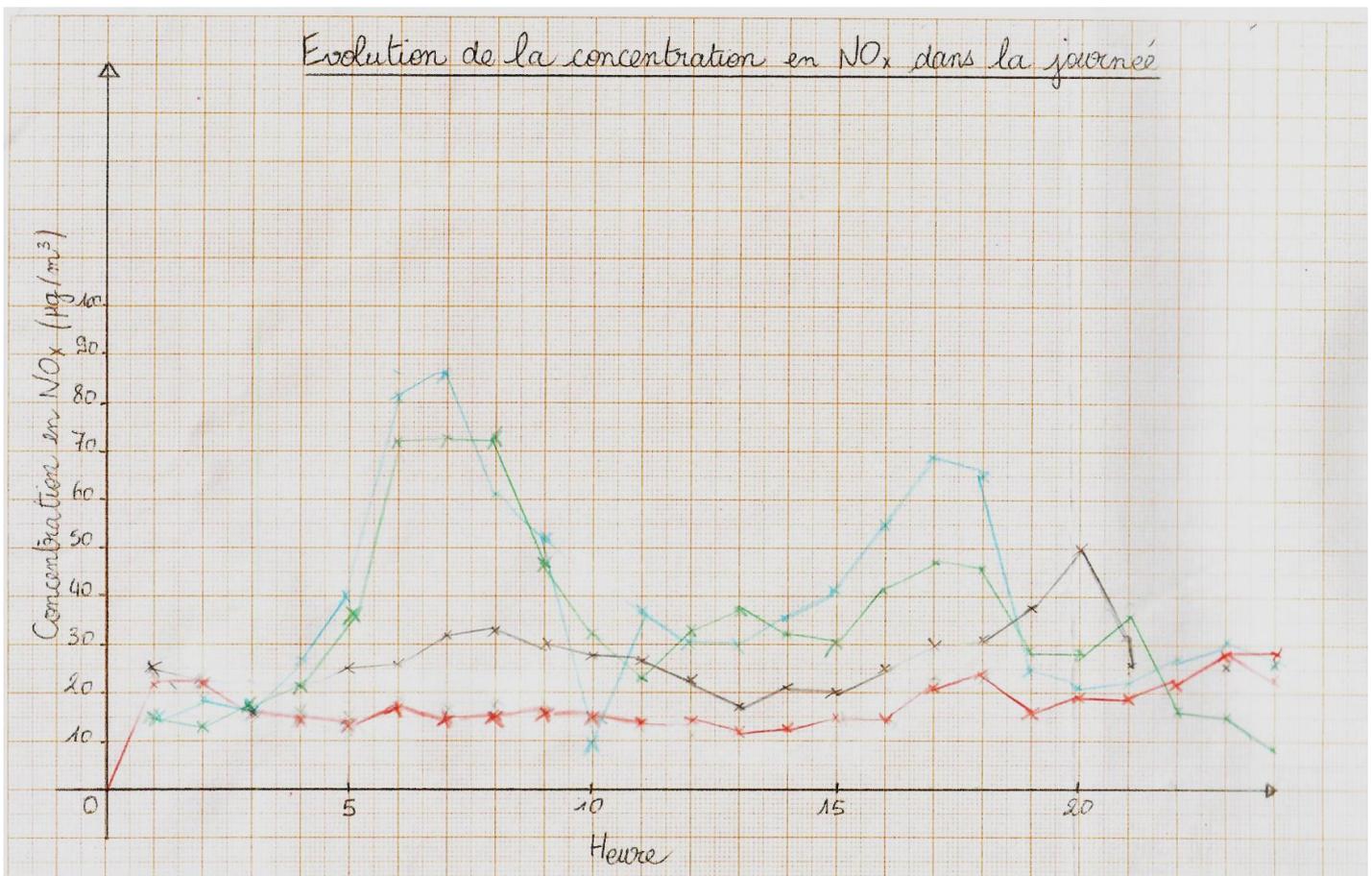
**Concentration de l'atmosphère en NO<sub>x</sub> au cours de la journée**

Consigne: Ce tableau montre la concentration de l'air, heure par heure, en NO<sub>x</sub> (oxydes d'azote). Les mesures ont été faites à Bordeaux, en avril 2013. À l'aide des tableaux ci-dessous et du graphique de la fiche suivante, trace l'évolution de la concentration de l'air en NO<sub>x</sub> au cours d'une journée.

Source: Airaq

Heures	Le 6.4.2013	Le 7.4.2013	Le 8.4.2013	Le 10.4.2013
	NO <sub>x</sub> (µg/m <sup>3</sup> )			
1	22	25	15	15
2	22	21	13	19
3	16	22	17	18
4	15	21	21	27
5	14	25	36	40
6	17	26	71	81
7	15	32	72	86
8	15	33	73	61
9	16	30	47	52
10	15	28	33	30
11	14	27	24	37
12	14	23	34	30
13	12	17	37	30
14	13	21	32	36
15	15	20	30	41
16	15	25	41	55
17	21	30	37	69
18	24	31	36	65
19	16	38	29	25
20	19	50	29	21
21	19	39	26	22
22	22	34	17	27
23	28	23	15	30
24	28	21	9	26

FE17a



Légende : Le 6 avril 2013 est un samedi (courbe rouge), le 7 avril : un dimanche (courbe noire), le 8 avril : un lundi (courbe verte) et le 10 avril un mercredi (courbe bleue). Cette information n'est donnée qu'ultérieurement aux élèves.

## SEANCE 3-4 : MODELISER UNE EPIDEMIE

Séance proposée par l'Académie des bouches du Rhône, Centre Pilote de Gardanne.

En début 2020 est apparue une pandémie due à un virus. Plus d'un milliard de personnes sont confinées chez elle. Pourquoi ? Ce sont les recommandations des scientifiques pour tenter de ralentir la propagation de cette maladie. Comment sont-ils arrivés à cette conclusion ?

## Compétences travaillées

## Chercher

Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.

## Modéliser

Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne

## Représenter

Utiliser des outils pour représenter un problème : [...] graphiques [...]

## Calculer

Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

## 1. LES MODELES MATHEMATIQUES

Les objectifs mathématiques de cette activité peuvent sembler limités : multiplication par deux, représentation graphique, et contrôle de la vraisemblance des résultats.

L'objectif visé est plus général : permettre aux enfants de prendre conscience de l'importance et de la puissance des mathématiques : c'est sur le résultat de modèles mathématiques que repose une prise de décision aussi importante que le confinement de la population.

Cette activité permet, dans le même temps, de relativiser les prévisions fournies par les modèles : pour les interpréter, il faut comprendre les mathématiques derrière ces modèles, mais aussi comprendre les phénomènes réels (la propagation du virus), et tenir compte de très nombreux paramètres (biologiques, sociologiques, logistiques, économiques, etc.).

## 2. BIEN DECRIRE LE PRESENT

*Quand la maladie a été identifiée, les médecins se sont aperçus que le nombre de personnes malades était multiplié par un nombre constant tous les 3 jours. Sur une feuille de classeur, ou sur ton cahier de sciences, recopie le tableau ci-dessous, et essaie de le compléter (tu peux t'aider d'une calculatrice) :*

Pour remplir le tableau, il faut d'abord remarquer que le nombre de malades double tous les 3 jours. Il suffit ensuite d'appliquer cette opération ( $\times 2$ ) pour chaque nouvelle colonne.

## Modèle mathématique

Date	29/02	03/03	06/03	09/03	12/03	15/03	18/03	21/03	24/03

Nombre de malades	90	180	360	720	1440	2880	5760	11500	23040
-------------------	----	-----	-----	-----	------	------	------	-------	-------

### Optionnel : apport de connaissances - augmentation journalière

Ce doublement du nombre de malades tous les trois jours correspond à une augmentation de 26 % par jour, car  $\sqrt[3]{2} \approx 1,26$  ou  $1,26^3 \approx 2$  :

Pour calculer le nombre de cas du lendemain, il suffit de multiplier le nombre du jour par 1,26 :

Le 29/02, il y avait 90 malades. Le lendemain, il y en avait  $90 + 90 \times 26/100 = 90 \times (1 + 26/100) = 90 \times 1,26$

Le surlendemain, il y en avait donc  $90 \times 1,26 \times 1,26 = 90 \times 1,26^2$

Et 3 jours plus tard, il y en avait  $90 \times 1,26 \times 1,26 \times 1,26 = 90 \times 1,26^3 \approx 90 \times 2$

**Sur une feuille de classeur à carreaux (grand format), représente les données de ce tableau. Pour t'aider, tu peux utiliser le modèle proposé en annexe. Fais correspondre à chaque date un nombre de malades en plaçant une croix au bon endroit, comme dans l'exemple ci-dessous :**

**Le 6 mars, il y avait 360 malades : 360 ne tombe pas sur une graduation. Ce n'est pas très grave : tu peux le mettre entre 250 et 500. Quand tu as placé tous les nombres sur le graphique, relie les croix par un trait bleu.**

Cette construction peut poser des problèmes techniques aux élèves s'ils n'ont pas l'habitude de tracer des graphiques. C'est pourquoi la construction est très détaillée.

Les premiers points ont une ordonnée très proche, mais cette difficulté potentielle devrait être levée par l'image, où ils sont représentés précisément.

**Tu viens d'utiliser un modèle mathématique simple : il tente de décrire l'évolution de l'épidémie, mais cela reste une « simulation » de la réalité. Ce modèle a servi de base pour en élaborer d'autres, plus compliqués, prenant en compte beaucoup plus d'informations. C'est en se basant sur des modèles mathématiques que des scientifiques experts ont recommandé le confinement de la population.**

### 3. VERIFIONS SI ÇA FONCTIONNE

**Les services sanitaires s'occupent de tester les personnes qui présentent des symptômes de la maladie due au coronavirus. Elles ont comptabilisé ces personnes jour après jour, et ont transmis les résultats au ministère de la santé qui a additionné tous les cas. Voici ces données en tableau :**

#### Données réelles

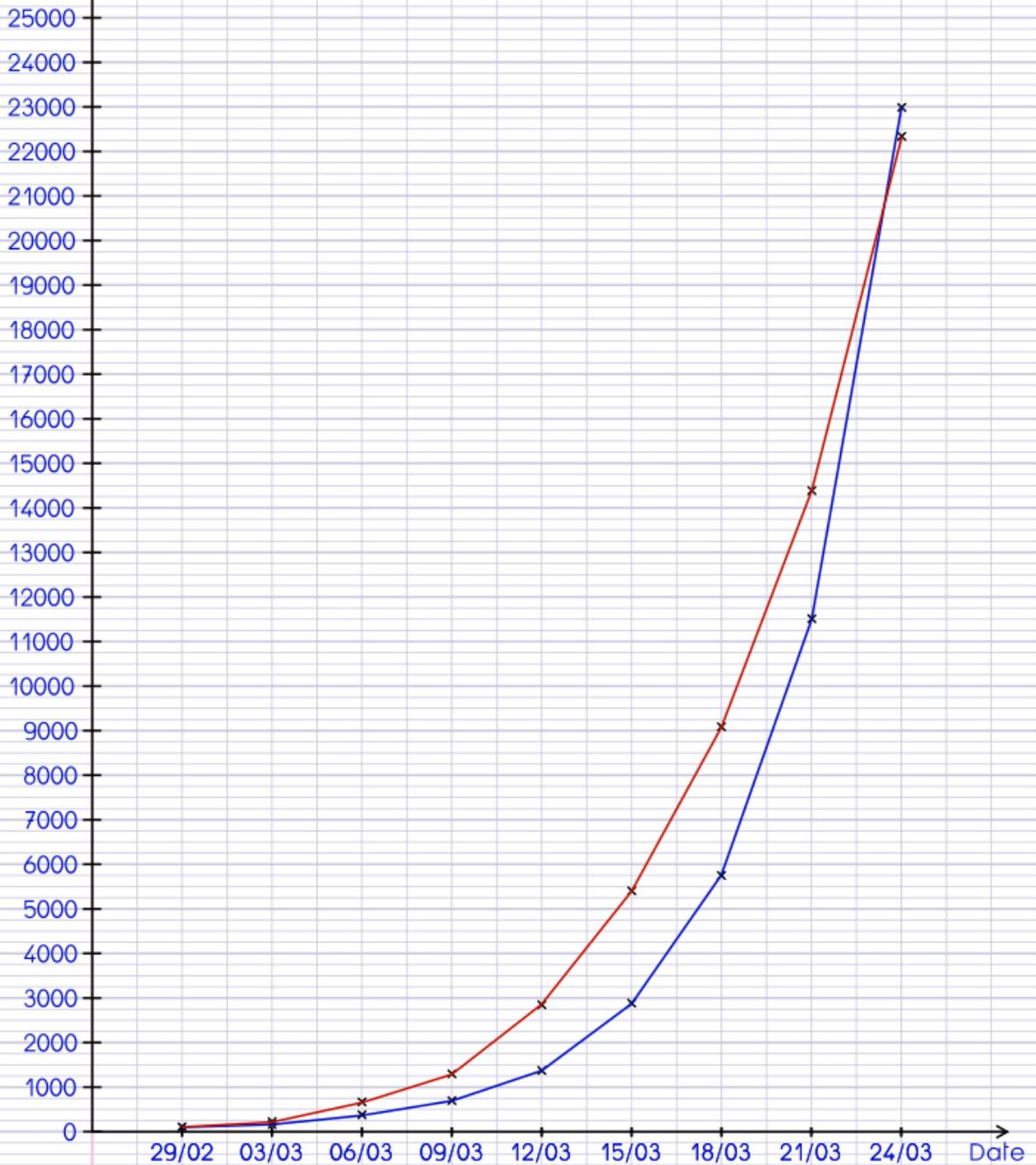
Date	29/02	03/03	06/03	09/03	12/03	15/03	18/03	21/03	24/03
Nombre de malades	100	191	653	1412	2876	5421	9134	14459	22302

**Reporte maintenant les nombres "réels" sur le graphique précédent, comme tu l'as fait pour le modèle mathématique. Relie ensuite les points avec un trait rouge.**

Il suffit d'ajouter les points donnés sur le graphique. Si la construction du graphique a été réussie, cela ne devrait pas poser de problème particulier. Voici une représentation du résultat :

### Modèle de propagation du coronavirus

Nombre de personnes malades détectées en France



Date	29/02	03/03	06/03	09/03	12/03	15/03	18/03	21/03	24/03
Malades	90	180	360						

Mission départementale maths-sciences DSDEN13

**Est-ce que les courbes bleues et rouges se superposent ? Est-ce qu'elles se ressemblent ?  
Peux-tu essayer de les décrire ?**

Les courbes ne sont pas superposées, mais elle se ressemblent, elles ont la même tendance : les valeurs augmentent peu au départ, puis on constate une augmentation rapide.

**Peut-on dire que ce modèle décrit plutôt bien la réalité ? Est-il parfaitement similaire à la réalité ?**

La tendance des deux courbes est identique : le modèle utilisé n'est pas parfait, mais il est raisonnablement ressemblant à la réalité.

À ce stade, on a donc vérifié que notre modèle décrit plutôt bien les phénomènes passés : c'est le minimum attendu par un modèle mathématique.

#### Optionnel : apport de connaissances - affiner le modèle

Dans la réalité, les cas ne doublent pas exactement tous les 3 jours : on a utilisé cette approximation pour faciliter nos calculs. Il n'est pas très compliqué d'ajuster le modèle pour qu'il « colle » mieux à la réalité.

Ainsi, on peut considérer qu'il y avait un peu plus de malades au début de l'épidémie (438 le 29/02), et que le nombre de malades augmente de 18 % *tous les jours* (au lieu de 26%), ou qu'il est multiplié par 1,64 tous les 3 jours. Ce modèle amélioré décrit encore mieux la situation passée et actuelle, et les courbes "réalité" et "modèle amélioré" se superposent presque :

#### Modèle mathématique amélioré

Date	29/02	03/03	06/03	09/03	12/03	15/03	18/03	21/03	24/03
Nombre de malades	439	721	1 185	1 947	3 199	5 256	8 636	14 188	23 311

## Optionnel : apport de connaissances - modèle exponentiel

Ce modèle très basique est un des modèles fondamentaux pour expliquer la croissance des êtres vivants. En l'absence de prédateur, et avec des ressources illimitées, toute population va tendre à croître de la sorte. On appelle cette croissance *exponentielle*.

On peut modéliser ce comportement de la sorte. Notons  $p_0$  la population initiale (au jour 0). Le lendemain, la population sera  $p_1$ , le surlendemain  $p_2$ , et  $n$  jours plus tard, elle sera notée  $p_n$ . Notons  $k$  le facteur d'accroissement de la population chaque jour (1,18 ou 1,26 pour notre virus), selon le modèle choisi). On peut calculer  $p_1$  connaissant  $p_0$  :

$$p_1 = p_0 \times k$$

Le surlendemain, on aura :  $p_2 = p_1 \times k$ , donc  $p_2 = (p_0 \times k) \times k = p_0 \times k^2$

On peut continuer :  $p_3 = p_2 \times k = (p_0 \times k^2) \times k = p_0 \times k^3$

En généralisant, on peut calculer la population à n'importe quel moment par la formule  $p_n = p_0 \times k^n$  (dans notre modèle simple, si l'on décide que le jour 0 est le 29/02, alors le nombre de malade au jour  $n$  peut s'écrire  $m_n = 90 \times 1,26^n$  ou, si  $n$  est un multiple de 3,  $m_n = 90 \times 2^{n/3}$  )

Les courbes exponentielles sont délicates à représenter, car les valeurs augmentent très rapidement. C'est pourquoi on a parfois recours, pour les représenter, à des échelles logarithmiques :

Avec une telle échelle en ordonnée, les courbes exponentielles sont représentées par des droites. La pente d'une droite est proportionnelle au facteur de croissance  $k$ . En effet, l'écart entre 2 graduations est lié à un *rapport constant* (l'échelle linéaire correspond, elle, à un *écart constant*).

On voit ci-dessus que notre modèle est bien exponentiel. Les données réelles ne suivent pas une évolution exponentielle au début, mais à partir du 12/03, on peut observer une telle tendance. Il faudrait toutefois plus de données pour l'affirmer avec certitude.

#### 4. PREDIRE L'AVENIR ?

Si notre modèle simple reproduit à peu près la réalité, on peut essayer de l'utiliser pour prédire l'avenir. Si nous ne prenons aucune mesure contre cette épidémie, que risque-t-il de se passer ? Continue de remplir le tableau de notre modèle :

Il suffit ici de multiplier la colonne précédente par 2 pour obtenir les nouveaux résultats.

Modèle mathématique

Date	21/03	24/03	27/03	30/03	02/04	05/04	08/04	11/04	14/04
Nombre de malades	11 520	23 040	46 080	92 160	184 320	368 640	737 280	1 474 560	2 949 120



a) Selon ce modèle, combien de personnes risquaient d'être contaminées le 30 mars si le confinement n'avait pas été mis en place ?

On peut se contenter de lire dans le tableau : il y aurait eu 92 160 personnes malades le 30/03.

b) Et combien de personnes risquaient d'être contaminées le 14 avril ?

On peut se contenter de lire dans le tableau : il y aurait eu 2 949 120 personnes malades le 30/03, soit presque

trois millions de personnes !

c) Peux-tu imaginer un moyen pour calculer le nombre de malades prévus le 29 avril ?

On peut répondre à cette question de 3 manières différentes, selon le niveau de l'enfant :

1. Si l'on prolonge le tableau, il suffit de lire le résultat : le 29/04, il y aurait 94 371 840 personnes malades, soit plus que la population française !

2. On peut aussi considérer qu'il y a 15 jours entre le 14/04 et le 29/04, soit 5 fois 3 jours. Le nombre de malades entre ces deux dates devrait donc doubler 5 fois et donc être multiplié par  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ .

Ainsi, il y aurait alors  $2\,949\,120 \times 32 = 94\,371\,840$  personnes malades le 29/04

3. On peut enfin utiliser la formule que l'on a établie précédemment (cf « modèle exponentiel ») :

60 jours séparent le 29/04 du 29/02, ainsi  $m_{60} = 90 \times 1,26^{60}$  ou encore  $m_{57} = 90 \times 2^{20} = 90 \times 1\,048\,576$

Il y aurait donc  $90 \times 1\,048\,576 = 94\,371\,840$  personnes malades le 29/04

Date	14/04	17/04	20/04	23/04	26/04	29/04	02/05	05/05	08/05
Nombre de malades	2 949 120	5 898 240	11 796 480	23 592 960	47 185 920	94 371 840	188 743 680	377 487 360	754 974 720

d) Et le 20 mai ?

On peut là encore répondre à cette question de 3 manières différentes, selon le niveau de l'enfant :

1. Si l'on prolonge le tableau, il suffit de lire le résultat : le 20/05, il y aurait 12 079 595 520 personnes malades, soit plus que la population mondiale !

2. On peut aussi considérer qu'il y a 21 jours entre le 29/04 et le 20/05, soit 7 fois 3 jours. Le nombre de malades entre ces deux dates devrait donc doubler 7 fois et donc être multiplié par  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$

Ainsi, il y aurait alors  $94\,371\,840 \times 128 = 12\,079\,595\,520$  personnes malades le 20/05

3. On peut enfin utiliser la formule que l'on a établie précédemment :

81 jours séparent le 20/05 du 29/02, ainsi  $m_{81} = 90 \times 1,26^{81}$  ou encore  $m_{57} = 90 \times 2^{27} = 90 \times 134\,217\,728$

Il y aurait donc  $90 \times 134\,217\,728 = 12\,079\,595\,520$  personnes malades le 20/05

Date	08/05	11/05	14/05	17/05	20/05
Nombre de malades	754 974 720	1 509 949 440	3 019 898 880	6 039 797 760	12 079 595 520

e) Ces résultats semblent-ils réalistes ? Pourquoi ?

Ces derniers nombres sont plus que surprenants : ils sont complètement aberrants. Plus de malades que d'humains ? C'est impossible !

Quand on utilise un modèle, il ne faut pas oublier qu'il a des limites.

Un modèle, aussi complexe soit-il, n'a qu'un domaine de validité temporel et géographique limité. Il ne peut servir à prédire, au mieux, que quelques jours, et dans une région donnée. En effet, il existe des différences locales de comportements, de climat, de dépistage, de procédures, de consignes des autorités, etc.

De plus, de minuscules variations sur les données initiales peuvent conduire à des variations énormes dans les prévisions : si l'on part du principe qu'il y a 100 malades (et non 90) le 29/02, alors 3 mois plus tard, cette

différence de 10 individus au départ conduit à une différence de 10 milliards dans la prévision ! Par ailleurs, le virus ne peut se propager que s'il a des ressources disponibles : ici, des humains non encore contaminés.

C'est donc à nous d'*interpréter* les résultats que fournit le modèle. Pour cela, il est essentiel de comprendre comment il fonctionne, c'est à dire quelles sont les mathématiques qui se cachent derrière.

Mais cela ne suffit pas : il faut aussi comprendre les phénomènes *réels* que l'on essaie de modéliser. Dans le cas du virus, il faut avoir des connaissances :

- en biologie, pour savoir comment les virus se reproduisent et se transmettent ; mais aussi pour comprendre comment on peut s'en protéger, lutter contre ;
- en sociologie et en psychologie, pour comprendre comment les gens vont réagir au virus (insouciance, colère, peur...) et quel discours sera le plus efficace ;
- en médecine et en logistique, pour anticiper les problèmes sanitaires et tenter de les résoudre en amont : comment gérer l'afflux de malades et les répartir au mieux dans les différents services, comment fabriquer des tests de dépistage en masse ainsi que des masques de protection ;
- en statistique, pour connaître le domaine de validité de certaines méthodes ;
- etc.

**Prolongements possibles :**

- essayer de déterminer le nombre de malades à une date donnée sans utiliser de tableau
- utiliser un tableur pour faire les calculs et les graphiques

On peut alors proposer d'utiliser un modèle affiné : par exemple, celui considérant qu'il y avait 439 malades le 29/02, et où le nombre de cas est multiplié par 1,18 *chaque jour*

## Quelques références

**Sur les modèles et les épidémies :**

<https://www.pourlascience.fr/sd/epidemiologie/coronavirus-lequation-de-lepidemie-18966.php>

<https://lejournel.cnrs.fr/articles/covid-19-comment-sont-concus-les-modeles-des-epidemies>

**Une vidéo de Dirty Biology (excellente chaîne Youtube de vulgarisation), très pertinente sur cette épidémie, qui prend un peu de recul, mais dont le langage ne conviendra pas aux oreilles les plus jeunes ou les plus chastes :**

<https://www.youtube.com/watch?v=bM7AOBxqjE>

**Des simulations (en Anglais) très éclairantes et visuelles :**

[https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/?itid=sf\\_coronavirus](https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/?itid=sf_coronavirus)

**Une vidéo (en Anglais) très pertinente de 3 blue 1 brown, référence dans le domaine de la vulgarisation :**

<https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>

**Deux vidéos pour mieux comprendre le modèle exponentiel (Kahn Academy) :**

- **Pour interpréter un modèle exponentiel :**

<https://fr.khanacademy.org/math/algebra2/exponential-growth-and-decay-alg-2/interpreting-the-rate-of-change-of-exponential-models/v/interpreting-change-in-exponential-models>

- **Pour construire un modèle exponentiel :**

<https://fr.khanacademy.org/math/algebra2/exponential-growth-and-decay-alg-2/constructing-exponential-models-according-to-rate-of-change/v/constructing-exponential-models>